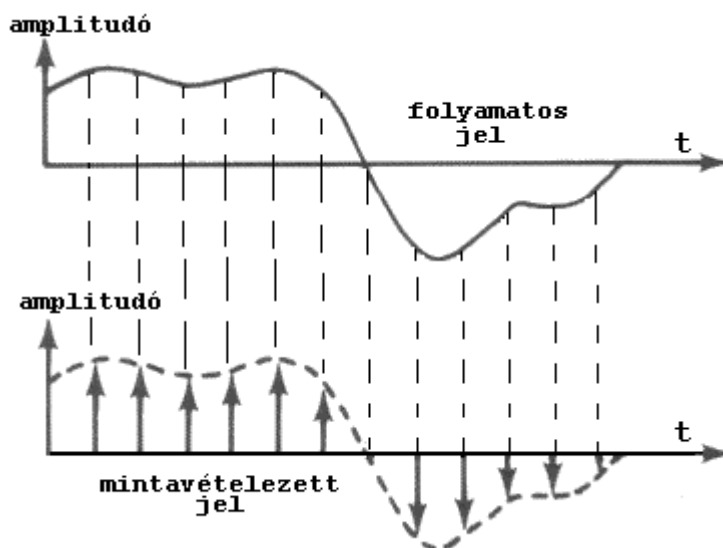
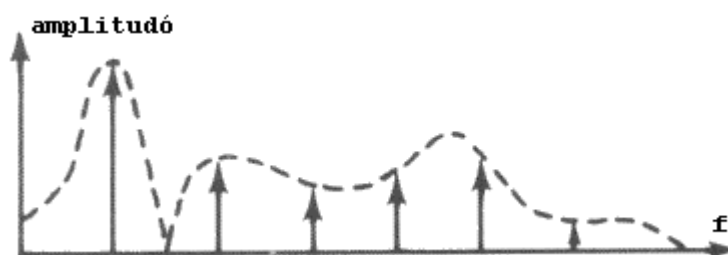


Digitális Fourier-analízátorok (DFT - FFT)

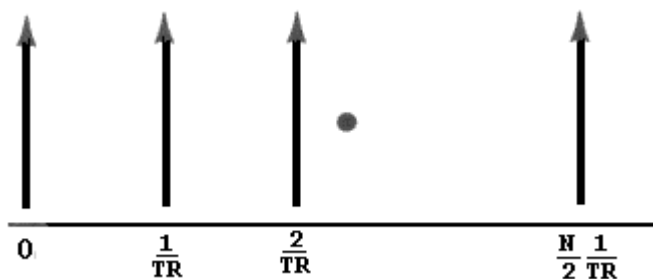
Ezek az analízátorok digitális működésűek és a Fourier-transzformálás elvén alapulnak. A digitális Fourier analízátorok a folytonos időfüggvény mintavételezett jeleit dolgozzák fel.



Az időtartományban a mintavételezés során kapott vonalas mintákból a DFT után szintén *vonalas spektrum* keletkezik:

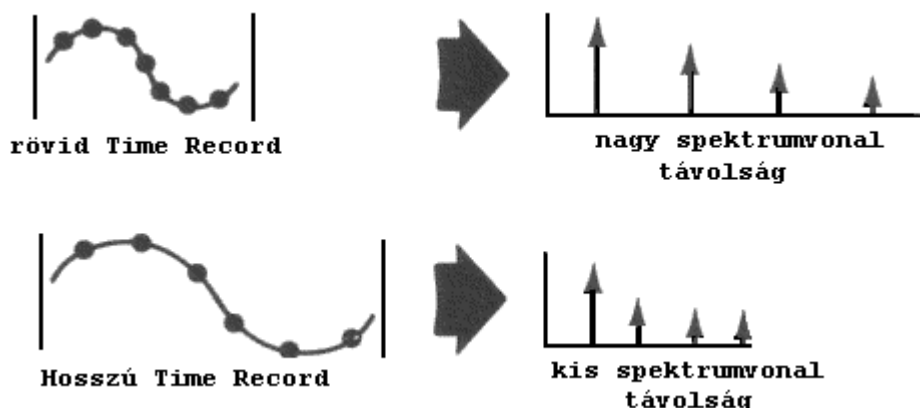


Azt az időtartamot, amely alatt a mintavevő egy felvétel sorozatot készít, *TIME RECORD* (*TR*) -nek nevezzük. Ha a *TR* alatt vett minták száma N , akkor a *DFT* az N minta alapján $\frac{N}{2}$ spektrumvonalat ad a valós frekvencia tartományban.



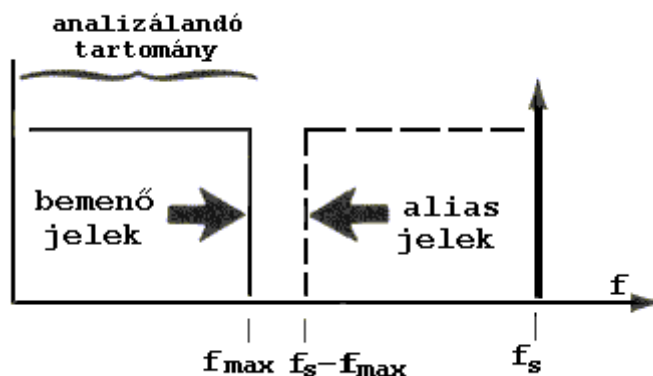
Ebből adódik a legnagyobb analizálható frekvencia: $f_{\max} = \frac{N}{2} \frac{1}{TR}$

Mivel a legtöbb analizátornál az N minták száma kötött, ebből adódóan a frekvencia határ a TR-el változtatható, azzal fordítva arányos:



A mintavételi idő T_s és a jel maximális frekvenciája f_{\max} közötti kapcsolat

Mint ismeretes, a DFT spektruma a mintavételi f_s frekvenciára periodikusan ismétlődik. Ezeket a frekvenciákat *aliasing* frekvenciáknak nevezzük.



Annak elkerülésére, hogy az aliasing frekvencia tartomány ne lapolja át az eredeti jel frekvencia tartományát, be kell tartani a Shannon törvényt. Legyen:

$$f_s > 2f_{\max}$$

Tehát a hasznos jellel együtt bejutnak, és feldolgozásra kerülnek azok a zaj jellegű jelek is, amelyeknek frekvenciája az aliasing tartományokba esik. Ennek megakadályozására aluláteresztő szűrőt alkalmaznak az ADC előtt - melynek *aliasing szűrő* a neve.

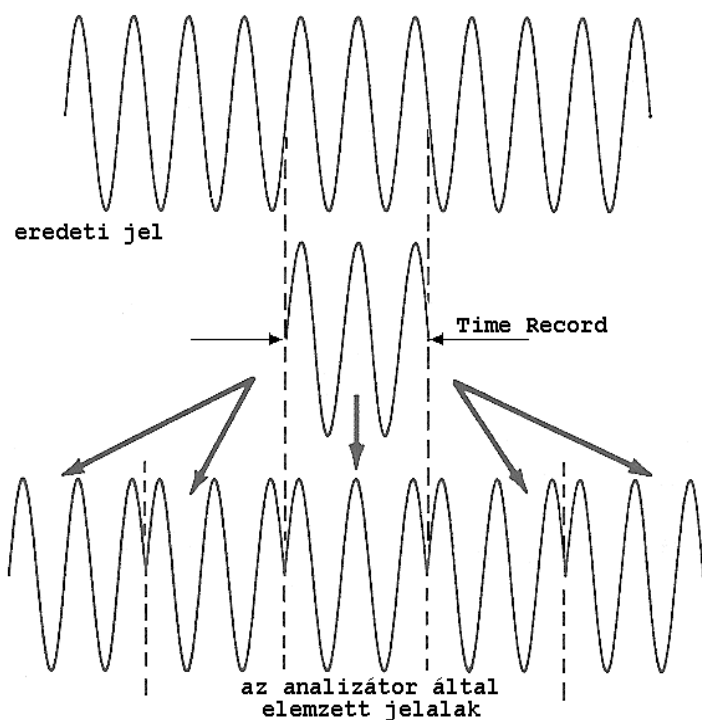
Korszerű Spektrum Analizátor széles frekvencia tartományban képes dolgozni, azt több sávra osztva: *Band Select Analysis (BSA)*. Így minden sávhoz hozzá kell igazítani a mintavételi frekvenciát és újabb analóg aliasing szűrőt kell illeszteni.

Ennek megkerülésére ma korszerű digitális szűrőt alkalmaznak, amely az ADC után végzi el az aliasing frekvenciák kiszűrését. Így a mintavételi frekvencia fix értékű lehet, a legnagyobb jelfrekvenciához illesztve, míg az egyen sávokat a digitális szűrővel választjuk ki.

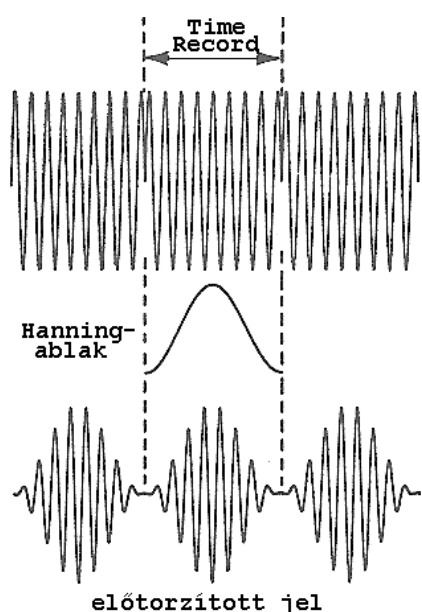
Tovább egyszerűsíthető az analízátor működése, ha a kiválasztott jeltartományt fix sávba transzponáljuk, mégpedig digitális úton. Ezt "zoom"-olásnak hívják.

Ablakozás

A DFT algoritmus az analizálandó *jelet periodikusnak* tekinti, amelynek periódus ideje maga a TR.



- Ha a jel, pl. egy tranziens, amelynek hossza kisebb, mint a TR, akkor az analizálásnál ebből nem származik probléma. Ugyan ez a helyzet valódi periodikus jelnél, ha a TR éppen a jel periódus idejének egészszámú többszöröse.
- Ha a jel periodikus ugyan, de a TR nem egészszámú többszörös, akkor komoly jeltorzulás lép fel. Ez a frekvenciatartományban a spektrumvonal *szétfolyását (leakage)* eredményezi.
- Nem periodikus (és nem tranziens) jel esetén a torzulás mindig fellép.



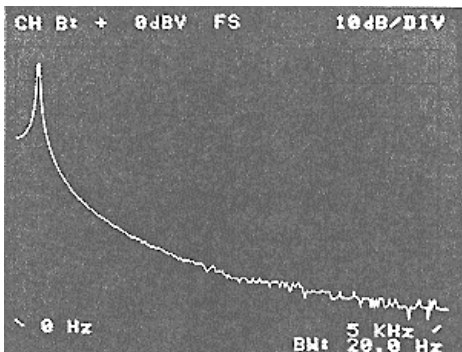
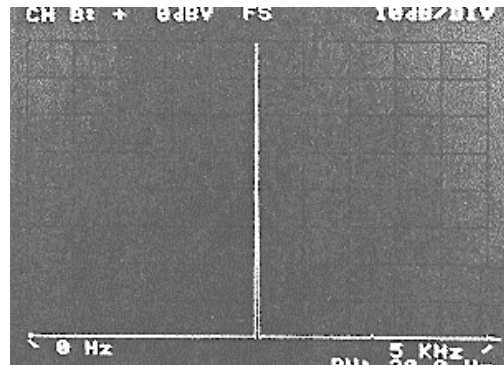
A nemperiodikussá vált jel már nem szinuszos, ezért a spektruma sok egyéb frekvencia összetevőt is tartalmazni fog.

Megfigyelhető, hogy a torzítást a jel ugrásszerű változása okozza a TR kezdetén, de különösen a végén.

Amennyiben sikerül a jel alkalmas „előtorzítása” a minta szélein, akkor a jel spektruma elfogadhatóan közelít az ideálishoz.

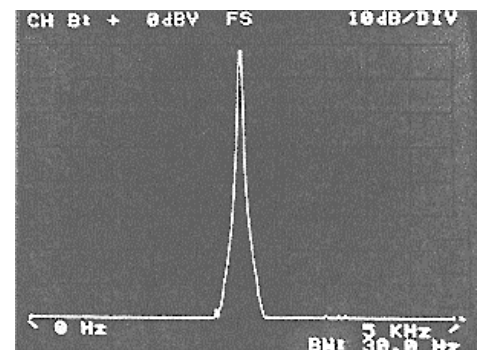
Ezt ablakozási (windows) eljárásnak nevezik.

Egy szabályos szinuszos jel ideális spektruma látható a felvételen.



Amennyiben a szinuszos jel mintavételezésénél a TB nem egészszámú többszöröse a periódus időnek, akkor a spektrum eltorzul.

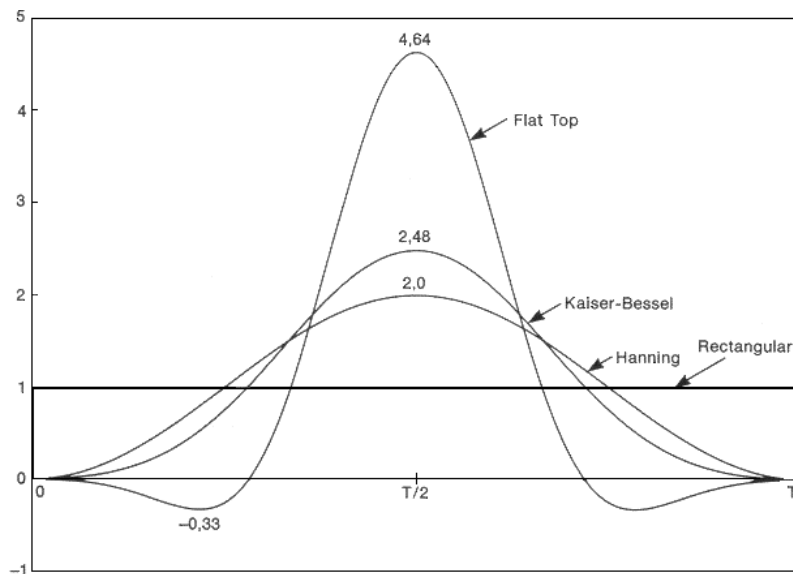
Egy Hanning- ablakkal korrigált szinuszos jel spektruma.



Komolyabb spektrumanalízátorokba többféle ablakot építettek be, így lehetőség van az adott jelhez a legalkalmasabb ablakot kiválasztani.

A leggyakoribb ablakok paraméterei

	Max. amplitúdó	Min. amplitúdó	Effektív időtartam
Rectangular	1	1	1T
Hanning	2	0	0,375T
Kaiser-Bessel	2,48	0	0,291T
Flat-Top	4,64	-0,33	0,175T



Az Fast Fourier Transformálás (FFT) algoritmus alapja

Az N minta feldolgozásához a DFT során $m=N^2$ komplex műveletet (szorzást és osztást) kell elvégezni.

Az FFT egy gyorsító eljárás, amely a DFT szimmetriatulajdonságait kihasználva a műveletek számát lényegesen lecsökkenti: $m = \frac{N}{2} \log_2 N$ lépésre. Ennek feltétele az, hogy N *kettő hatványa legyen*.

Így a DFT sora $X_k = \sum_{i=0}^{N-1} x_i e^{-j2\pi \frac{ik}{N}}$ felbontható páros és páratlan sorszámú tagok halmazára.

Legyen: $y_i = x_{2i}$ és $z_i = x_{2i+1}$

$$Y_k = \sum_{i=0}^{N-1} y_i e^{-j2\pi \frac{2ik}{N}} \quad \text{és} \quad Z_k = \sum_{i=0}^{N-1} z_i e^{-j2\pi \frac{(2i+1)k}{N}} = e^{-j2\pi \frac{k}{N}} \sum_{i=0}^{N-1} z_i e^{-j2\pi \frac{2ik}{N}}$$

A FFT számítás még így is jelentős időt vesz igénybe, így a spektrum analizátorokban ezt hardver egység végzi.

Példa: ha $N=4096$ akkor

A DFT műveletek száma: $N^2 = 4096^2 \cong 16,7 * 10^6$,

Az FFT műveletek száma: $2N \log_2 N = 2 * 4096 * 12 = 98304$

Tehát FFT-vel a műveletek száma az eredeti 0,6%-ra csökken.