

FÉLVEZETŐK VEZETÉSI TULAJDONSÁGAINAK VIZSGÁLATA

1. BEVEZETÉS

A szilárd testekben a töltés, az energia vagy más mennyiség áramlását vezetési (transzport) folyamatnak nevezzük. A szilárdtestfizikában a vezetési folyamatok elméleti és kísérleti vizsgálata kiemelkedő jelentőségű. Az áramlások valamilyen külső hajtóerő hatására jönnek létre. A mérések során a hajtóerő és az áramlási paraméterek közötti együtthatókat határozzuk meg. Ilyen együtthatók például a hővezetőképesség, az elektromos vezetőképesség, a termoelektromos együtthatók, a Hall-állandó stb. Az elméleti vizsgálatok során ezeket a fenomenológikus jellemzőket kapcsolatba hozzák az atomi szintű tulajdonságokkal, az elektronszerkezet és a rácsrezgések paramétereivel. A transzport tulajdonságok mérésével tehát lehetőség nyílik arra, hogy közvetve, a fenomenológikus jellemzőkön keresztül, meghatározzuk ezeknek az atomi szintű paramétereknek az értékeit.

A jelen mérés során félvezető egykristályok vezetőképességét és Hall-állandóját mérjük, és az elméleti összefüggések felhasználásával atomi szintű paramétereket határozzunk meg, nevezetesen a tiltott sáv szélességét, a szennyezőatomok jellegét és koncentrációját.

A félvezetőknek nagy jelentőségük van elméleti és gyakorlati szempontból egyaránt. Optikai és transzport tulajdonságaik vizsgálata nem csak új elméleti ismeretekhez vezetett, hanem számos, ma már a mindennapi életben elterjedten használatos eszköz kifejlesztését tette lehetővé. A XX. század második felének mikrotechnológiai eredményei a félvezetők fizikáján alapszanak.

2. A FÉLVEZETŐK VEZETÉSI TULAJDONSÁGAI

A félvezetőkben a vezetési tulajdonságok szempontjából az elektronoknak van meghatározó szerepe, ezért fontos az elektronok szilárdtestbeli tulajdonságainak ismerete. A szilárd testek elektronszerkezetének kialakulása úgy is elképzelhető, hogy miközben az atomok a rács kialakulá-

sakor közel kerülnek egymáshoz, az atomi elektronpályák energiasávokká szélesednek. Ez a kép elsősorban a legfelső ún. vezetési sáv (kondukciós sáv) és az alatta lévő vegyértéksáv (valencia sáv) leírására alkalmas. A sávokon belül az elektronok egymáshoz közeli, de különböző energiaszinteken helyezkednek el. Ha az elemi cella egy atomot tartalmaz, akkor a sávokban az energiaszintek száma megegyezik a rácsbeli elemi cellák N számával. A Pauli-elv szerint egy ilyen szint energiájával csak két (ellenkező spinű) elektron rendelkezhet. Összesen tehát egy sávban $2N$ számú elektron helyezkedhet el. Az energiasávokat olyan tartományok választják el egymástól, amelyekhez nem tartoznak valós elektron energiaszintek. Ez a tiltott sáv.

Egy sávon belül az egyes energiaszintekhez különböző impulzus értékek tartoznak. Az impulzus és az energia viszonyát a diszperziós reláció írja le.

Egyensúly esetén a pozitív és negatív előjelű azonos nagyságú impulzussal rendelkező elektronok száma megegyezik, tehát a sávra vonatkozóan az eredő impulzus nulla, azaz nincs töltésáramlás. Ha azonban feszültséget kapcsolunk a rácsra, megváltozhat a helyzet. Ha a sávon belül vannak betöltetlen energiaszintek, akkor kis energiaközléssel az ezekhez tartozó impulzust felvehetik az elektronok, és így mód van arra, hogy a sávban lévő összes elektronnak legyen eredő impulzusa, azaz a feszültség hatására megindulhasson az elektronok áramlása. Ez a helyzet a fémekben.

Ha a legfelső sáv, amelyben van elektron, teljesen betöltött, akkor az elektronok csak a tiltott sáv átlépésével tudnak nagyobb energiájú pályára kerülni. A $T=0$ K hőmérsékleten teljesen betöltött sávot vegyérték sávnak (valencia sávnak), a felette lévő sávot vezetési sávnak (kondukciós sávnak) nevezzük. $T=0$ K hőmérsékleten a fémekben a vezetési sáv csak részben betöltött, a szigetelőkben pedig teljesen üres.

Az elektronok $\frac{1}{2}$ -es spinnel rendelkeznek, tehát Fermi-statisztikát követnek. A vezetőkben, a hőmérsékleten emelésével a vezetési sávon belül, a $T=0$ K hőmérsékleten még betöltetlen energiaszintek a Fermi-eloszlás szerint kezdenek betöltődni, és a $k_B T$ termikus energiával arányosan az elektronok egyre magasabban fekvő szinteket érnek el.

A $T=0$ K hőmérsékleten szigetelő anyagok között vannak olyanok, amelyekben a tiltott sáv szélessége (E_g) olyan nagy (5-10 eV), hogy termikus aktiválással magasabb hőmérsékleten sem tudnak elektronok jutni a vezetési sávba, így ezek az anyagok még szobahőmérséklet felett sem

vezetik az elektromosságot. Ezeket nevezzük valódi szigetelő anyagoknak.

Más anyagok esetén E_g nem túl nagy, ~ 1 eV körüli érték. Ilyenkor a hőmérséklet növekedésével, a termikus aktiválás eredményeként, a teljesen betöltött vegyérték sávból elektronok tudnak a $T=0$ K hőmérsékleten üres vezetési sávba jutni, így az ilyen anyagok magasabb hőmérsékleten vezetővé válnak. A vezetéshez ilyenkor a valenciasáv is hozzájárul, hiszen már ez sem teljesen betöltött. A valenciasáv majdnem tele van, csak a vezetési sávba jutott elektronok hiányoznak. A valenciasáv vezetését célszerű az elektronhiányok, az ún. lyukak mozgásával jellemezni, semmint a sok elektron elmozdulását követni. Az ilyen tulajdonságú anyagokat *félvezető anyagoknak* nevezzük, a leírt jelenség pedig a sajátvezetés (intrinsic vezetés).

A tiszta félvezetőkben termikus gerjesztéssel a vezetési sávba jutó elektronok száma kicsi. Szilíciumban például szobahőmérsékleten cm^3 -ként $\sim 10^9$ darab elektron kerül a vezetési sávba. Ha ezt a számot összevetjük a szilícium atomsűrűségével, amely nagyságrendileg $\sim 10^{22} cm^{-3}$, akkor látjuk, hogy minden 10^{13} darab atomra jut egy vezetési elektron. Az intrinsic töltéshordozók száma tehát rendkívül kicsi. A hőmérséklet növekedésével gyorsan növekszik a vezetési sávban az elektronok száma, ám még így is lényegesen alatta marad az igazi vezetőkben tapasztalható értékeknek.

A fentiekben leírtakból jól látszik, hogy a vezetési tulajdonságok szempontjából mi az alapvető különbség a vezetők és a félvezetők között. Vezetőkben alacsony hőmérsékleten is jelen vannak a szabad töltéshordozók. A hőmérséklet növelésével ezek száma nem változik, ellenben a növekvő rácsrezgések hatására nő a fononokkal való ütközés valószínűsége, tehát a vezetőképesség csökkenni fog. A félvezetőkben ellenben alacsony hőmérsékleten kevés a szabad töltéshordozók száma, tehát kicsi a vezetőképesség. Ahogy nő a hőmérséklet, nő a mozgásképes töltéshordók száma, tehát növekszik a vezetőképesség is. A fononütközések száma lassabban nő, ami nem ellensúlyozza a szabad töltéshordozók számának gyors növekedését.

A gyakorlati alkalmazások szempontjából rendkívül fontos az a lehetőség, hogy a félvezetők vezetési tulajdonságait nemcsak a hőmérséklet változtatásával, hanem más módon is lehet befolyásolni. Ha például olyan atomokat juttatunk a félvezető rácsba, amely az eredeti atomi helyekre ül be, de elektronjainak száma eggyel több, vagy eggyel kevesebb, mint a

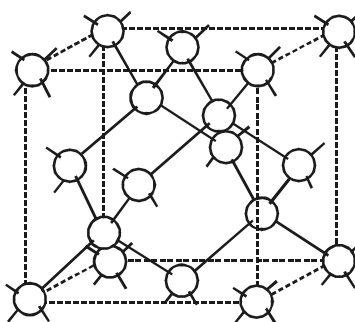
félvezető saját atomjának volt, akkor új tulajdonságokkal rendelkező anyaghoz jutunk. Ezzel az adalékolási (szennyezési) technikával a félvezetők vezetési tulajdonságai nagy pontossággal tervezhetők.

Tekintsük például a szilícium példáját, amely a félvezető technika egyik legfontosabb alapanyaga. A szilícium a periódusos rendszer IV. oszlopában foglal helyet. Fontosabb tulajdonságait az 1. táblázat foglalja össze.

Rendszám	14
Atomsúly	28,086 g
Atomsűrűség	$5,00 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$
Sűrűség	$2,33 \text{ g/cm}^3$
Fajlagos ellenállás (300 K-on)	$2,3 \cdot 10^5 \Omega \text{ cm}$
Olvadáspont	$1420 \text{ }^\circ\text{C}$
Elektron konfiguráció	$[\text{Ne}]3s^23p^2$
Tiltott sáv szélessége (0 K-on)	1,17 eV
Tiltott sáv szélessége (300 K-on)	1,11 eV

1. táblázat. A tiszta kristályos Si fontosabb adatai

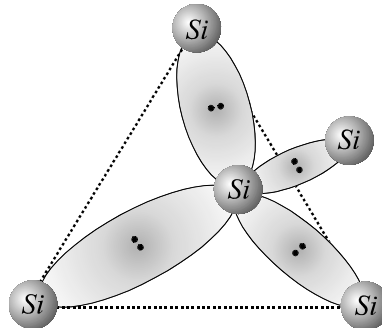
A szilícium gyémántszerkezetben kristályosodik. A bázissal kitöltött Bravais-celláját mutatja az 1. ábra.



1. ábra. A gyémántszerkezetű kristály cellája

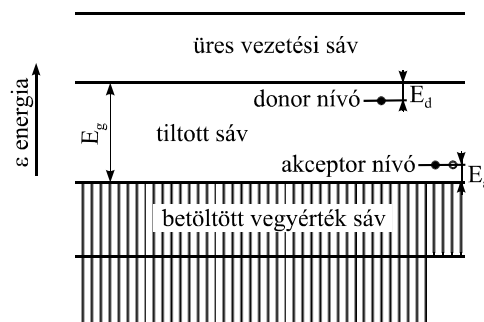
Mint ismeretes ez a szerkezet lapcentrálalt köbös rács, amelyben a bázis két atomból áll. A bázis atomjai a $(0, 0, 0)$ és az $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ pontokban

helyezkednek el. Az 1. ábrán jól látható, hogy a *Si* atomok tetraédes kötések alkotnak. Minden atomnak négy első-szomszédja van, melyek távolsága $0,235 \text{ nm}$. A 3 kvantumszámmal jellemzett 4 vegyértékelektron kovalens kötések alkot a négy szomszédal úgy, hogy minden kötésben két-két elektron vesz részt, ahogyan azt a 2. ábra mutatja.



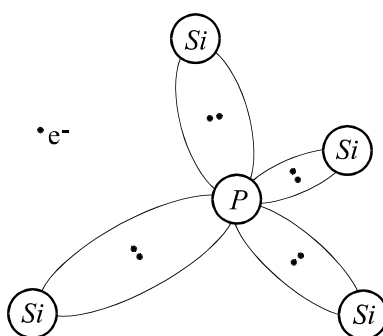
2. ábra. A *Si* tetraédes kötései

A két *s* és két *p* elektron ún. sp^3 hibridállapotot alakít ki, és ez olyan jellegű, hogy az elektronok sűrűsége a két atom között a legnagyobb. Ezek az elektronok alkotják a teljesen betöltött vegyértéksávot. A vegyértéksávot $E_g=1,17 \text{ eV}$ szélességű tiltott sáv választja el a $T=0 \text{ K}$ hőmérsékleten üres vezetési sávától. Ha eltekintünk az elektronok energiájának impulzus függésétől (ami egyébként a diszperziós relációból olvasható le) és csak arra koncentrálnunk, hogy milyen energiaátmenetek lehetségesek, akkor az imént leírtakat a 3. ábra szemlélteti.



3. ábra. A félvezetők sáv- és nívószerkezete

Juttassunk a rácsba például 5 vegyértékű foszfort. Az öt vegyértékű szennyező atomot donor atomnak nevezzük. Az új atomok Si helyekre ülnek be. 4 elektronjuk részt vesz a kovalens kötésben, ezek az elektronok, energiájuk alapján a vegyérték sávban foglalnak helyet. Az ötödik elektronra nincs szükség a kovalens kötéshez. A valencia sávban már nincs több hely, így ez az elektron, bár kötve marad a foszfor atomhoz, csak a másik négynél jóval kisebb energiával. Ennek az elektronnak a kötési energiáját a kvantummechanikai hidrogénatom-modell alapján kiszámolhatjuk, csak figyelembe kell venni, hogy ez az elektron távolabb van a foszfor atomtól, ezért annak Coulomb-potenciálját a közeg dielektromos állandója csökkenti. A pontos értékhez figyelembe kell azt is venni, hogy az elektron rácsban van, tehát látszólagos tömege eltér a szabad elektron tömegétől. A konfigurációs térben ezt a helyzetet mutatja a 4. ábra.



4. ábra. Öt vegyértékű szennyező esetén az elektronok elhelyezkedése

A sáv-képben ez az elektron a tiltott sáv felső határához közeli új energiaszintet foglal el. Ezt a szintet donor szintnek (donor nívónak) nevezzük. A donor nívó szilíciumban foszfor szennyezés esetén $E_d \sim 45 \text{ meV}$ távolságra van a tiltott sáv felső határától. A 3. ábra a tiltott sávban elhelyezkedő donorszintet is mutatja. Mivel csak kis energiafelvételle van szükség ahhoz, hogy a donorszinten lévő elektron a vezetési sávba kerüljön, ezért ezek az elektronok termikusan könnyebben gerjeszthetők, mint a valenciasávban lévő elektronok. Megjegyzendő, hogy ilyenkor a donor nívón elektronhiány keletkezik, ez azonban rögzítve van a donor atom-

hoz, így a vezetésben nem tud részt venni. Röviden, termikus gerjesztés esetén a donor atom helyén egy rögzített pozitív ion jön létre.

Hasonló folyamat játszódik le akkor, ha a szilíciumba 3 vegyértékű, például bór atomokat juttatunk. Ezeket akceptor atomoknak nevezzük. Ilyenkor a bór atom három elektronja vesz részt a kovalens kötésben, de az elektronhiány miatt egy kettős kötés nem tud létrejönni. A kialakult helyzet úgy is értelmezhető, hogy az elektronszerkezetben egy lyuk keletkezett, amely azonban rögzítve van a szennyező atomhoz, tehát a vezetésben nem tud részt venni. A sávképben a betöltött valenciasáv felett, ahhoz közel, egy energiaszint, az ún. akceptornívó jön létre. A sávszerkezet számításokból kiderül, hogy akceptor szennyezéskor az új nívó úgy jön létre, hogy a valenciasávban eggyel csökken az elektronnívók száma. Ez a nívó a valenciasáv éle fölé emelkedik, van rajta egy elektron és a hiányzó elektronnak megfelelően egy üres hely. Ezzel a valenciasáv továbbra is teljesen betöltött marad, az új nívón pedig, a rajta lévő elektron mellett, egy üres hely van, és ez az, amit rögzített lyuknak látunk. Szilíciumban Al szennyezés esetén az akceptornívó $E_a \sim 69 \text{ meV}$ távolságra van a valenciasáv élétől. A 3. ábra az akceptornívót is mutatja.

Termikus gerjesztés hatására a valenciasávból elektron tud a lyuk helyére kerülni. Így a valenciasávban keletkezik egy elektronhiány. A valenciasáv ettől kezdve már nem teljesen betöltött, ezért részt tud venni a vezetésben, amit úgy is megfogalmazhatunk, hogy ezzel a folyamattal mozgásképes lyuk keletkezett a valenciasávban. Az akceptor nívóra került elektron kötött, tehát a vezetésben nem tud részt venni.

A fentiekben leírt jelenséget szennyezési vezetésnek nevezzük, és attól függően, hogy akceptor vagy donor atomokat juttattunk a félvezetőbe, p vagy n típusú félvezetővel van dolgunk.

A fémek, félvezetők, szigetelők vezetőképessége rendkívül széles tartományt ölel fel. Szobahőmérsékleten a vezetők vezetőképessége jellemzően a $10^6 - 10^4 \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$ tartományban változik, míg a félvezetőkre $10^2 - 10^{-9} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$, a szigetelőkre pedig a $10^{-9} - 10^{-21} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$ tartomány jellemző.

2. A MÉRÉS ELVE

2.1. FÉLVEZETŐ VEZETŐKÉPESSÉGÉNEK MÉRÉSE

A laborgyakorlat során félvezető vezetőképességét mérjük két hőmérséklettartományban: szobahőmérséklet felett és szobahőmérséklet alatt. A vezetési jelenségek az esetek többségében leírhatók a *közel szabadelektron modellel*. Ennek lényege az, hogy a sávokon belül az elektronok viselkedését a rács periodikus potenciálja csak kismértékben perturbálja. Az elektronok szabad elektronként írhatók le, a rács hatását pedig csak az m^* effektív tömegükkel vesszük figyelembe.

A szabad elektronok elektromos vezetését a Drude-modell írja le. A Drude-modell szerint félvezetőkben a vezetőképesség az alábbi paraméterekkel írható fel:

$$\sigma = n_e e \mu_e + n_{ly} e \mu_{ly}, \quad (1)$$

ahol n_e a vezetési elektronok, n_{ly} a lyukak koncentrációja, μ_e és μ_{ly} rendre az elektronok és a lyukak mozgékonyasága, e pedig az elemi töltés, amely definíció szerint pozitív. A kifejezésben a töltések előjele nem szerepel! A sajátvezetés tartományában $n_e = n_{ly} = n$. Felírható tehát, hogy

$$\sigma = (\mu_e + \mu_{ly}) n e = \langle \mu \rangle n e, \quad (2)$$

ahol $\langle \mu \rangle$ a töltéshordozók látszólagos mozgékonyasága.

2.2. AZ ELEKTRONOK ELOSZLÁSA AZ ENERGIASZINTEKEN

A bevezetésben is láttuk, hogy félvezetőkben, szobahőmérsékleten és alatta a saját töltéshordozók koncentrációja alacsony. Ha szennyezett a félvezető, akár p , akár n típusú, szennyezési töltéshordozók koncentrációja szobahőmérséklet alatt általában messze felülmúlja a saját töltéshordozók számát. A szobahőmérséklet alatti tartományban tehát a szennyezési vezetés tulajdonságai vizsgálhatók.

A hőmérséklet emelésével egyre több szennyező atom elektronja gerjesztődik, míg el nem fogynak a szennyezési töltéshordozók. Ettől kezdve

a hőmérséklet emelésével nem változik a szennyezési töltéshordozók száma. Elegendően magas hőmérsékleten (ez általában jóval szobahőmérséklet feletti hőmérsékletet jelent) már a saját töltéshordozók gerjesztéséhez is elegendő a termikus energia. A hőmérséklet emelésével növekszik a vezetésben résztvevő saját töltéshordozók koncentrációja, számuk gyorsan meghaladja a szennyezési töltéshordozókét és ettől kezdve, ezek fogják megszabni a félvezető vezetési tulajdonságait. A szobahőmérséklet feletti mérésekkel tehát a félvezető sajátvezetési tulajdonságai vizsgálhatók.

Az elméleti részben részletesen megvizsgáljuk, hogyan függ a hőmérséklettől és a szennyező atom koncentrációjától a vezetésben résztvevő töltéshordozók száma. Az alábbiakban az elméleti meggondolások végeredményeit tekintjük át, annak érdekében, hogy a mérés elvét megérthessük.

A töltéshordozók koncentrációja a sajátvezetés tartományában

Jóval szobahőmérséklet felett, $T > 400 \text{ K}$ hőmérsékleten a vegyérték sávból termikus aktiválással egyre több elektron jut a vezetési sávba. Ilyenkor a vezetési sávba jutó elektronok száma nagyságrendekkel haladhatja meg a szennyezési elektronok számát, amelyeket ezért elhanyagolhatunk. Ebben a hőmérséklettartományban a vezetési sávban a töltéshordozók koncentrációja a hőmérséklettel a következő módon változik:

$$n_e = n_o(T) \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right) \sim T^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right). \quad (3)$$

Szilícium esetén az exponenciális előtti szorzó értéke $T=300 \text{ K}$ hőmérsékleten: $n_o(T=300 \text{ K}) = 1,074 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$. A termikus gerjesztés aktiválási energiája a tiltott sáv E_g szélességének a fele. Tehát szilíciumban, $T=300 \text{ K}$ hőmérsékleten a vezetésben résztvevő elektronok száma: $n_e = 5,05 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}$. Természetesen ugyanennyi a vezetésben résztvevő lyukak száma is.

A töltéshordozók koncentrációja a szennyezési tartományban

Alacsony hőmérsékleten (3)-ban az exponenciális tényező kicsivé válik, ezért a saját töltéshordozók száma olyan csekély lesz, hogy a szennyezett félvezetőkben a szennyezési töltéshordozókhoz képest elhanyagolhatóvá válik. Mekkora a vezetésben résztvevő szennyezési töltéshordozók koncentrációja?

Tekintsünk egy n típusú félvezetőt, ahol a donorok koncentrációja N_d , a kötési energiája E_d . Haladjunk lefelé a hőmérséklettel. Addig, amíg $k_B T \approx E_d$ a Fermi-eloszlás szerint a vezetési sávba jutó elektronok koncentrációjára igaz, hogy $n_e \approx N_d$. Sokkal alacsony hőmérsékleten ($T < 50\text{ K}$), ahol $kT \ll E_d$, a Fermi-eloszlás közelíthető a Boltzmann-eloszlással, és ilyenkor

$$n_e \sim N_d^{\frac{1}{2}} (kT)^{\frac{3}{4}} \exp\left(-\frac{E_d}{2k_B T}\right). \quad (4)$$

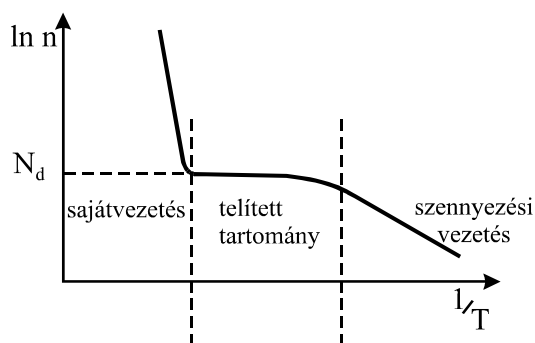
Azt látjuk, hogy a termikus aktiválás energiája a donor elektronok E_d kötési energiájának a fele.

Hasonló kifejezést kapunk alacsony hőmérsékleten a p típusú félvezetőkben a lyukak koncentrációjának hőmérsékletfüggésére:

$$n_{ly} \sim N_a^{\frac{1}{2}} (kT)^{\frac{3}{4}} \exp\left(-\frac{E_a}{2k_B T}\right), \quad (5)$$

ahol N_a az akceptor atomok koncentrációja, E_a pedig az akceptorszint távolsága a vegyérték-sáv élétől.

Ha felrajzoljuk a vezetésben résztvevő töltéshordozók számát az abszolút hőmérséklet reciprokának függvényeként, akkor a 5. ábrán látható görbét kapjuk.



5. ábra. A vezetésben résztvevő töltéshordozók koncentrációja az abszolút hőmérséklet reciprokának függvényében

Az 5. ábrán vázolt görbén az látszik, hogy jóval szobahőmérséklet felett ($T > 400 \text{ K}$) és jóval szobahőmérséklet alatt ($T < 50 \text{ K}$) az erős exponenciális hőmérsékletfüggés dominál, ezért a koncentrációt logaritmikus lépésekben ábrázolva $1/T$ függvényében egyeneseket kapunk.

2.3. A TÖLTÉSHORDOZÓK MOZGÉKONYSÁGÁNAK HŐMÉRSÉKLETFÜGGÉSE

Félvezetőkben a töltéshordozó mozgékonyosság összetett, több részfolymat eredője. Az elektronok és a lyukak mozgékonyosságát elsősorban a fononokon és a töltött rácshibákon történő szóródás határozza meg. Mivel a jelenség meglehetősen összetett, ezért egységes, kikristályosodott elméletről nem beszélhetünk. A kísérleti eredmények azt mutatják [2], hogy bár az elektronok és a lyukak mozgékonyága értékben eltér egymástól, a hőmérsékletfüggésük hasonló, a hőmérséklet növekedésével kis kitevőjű hatványfüggvény szerint változik.

A $150 \text{ K} < T < 600 \text{ K}$ tartományban a fononszórás határozza meg a mozgékonyaságot és $T^{5/2}$ hőmérsékletfüggés szerint változik a mozgékonyosság [3], tehát:

$$\langle \mu \rangle = (\mu_e + \mu_{ly}) \sim T^{-\frac{5}{2}}. \quad (6)$$

A $20 K < T < 100 K$ tartományban a fononszórás mellett a töltött szenynevező atomokon bekövetkező szóródás is jelentős járuléku, ezért ez csökkenti a mozgékonytságot. Ebben a tartományban a hőmérsékletfüggés [3]:

$$\langle \mu \rangle = (\mu_e + \mu_{ly}) \sim T^{-\frac{3}{2}}. \quad (7)$$

Alacsonyabb hőmérsékleten ($T < 20 K$) a töltött rácshibák szórása dominál, ez a hőmérséklettartomány azonban a jelen mérésben nem hozzáférhető a túl nagy ellenállásérték miatt.

2. 4. A VEZETŐKÉPESSÉG HŐMÉRSÉKLETFÜGGÉSE

A korábbiakban mondottak felhasználásával megadható a félvezetők vezetőképességének hőmérsékletfüggése a különböző hőmérséklettartományokban.

A vezetőképesség a sajátvezetés tartományában

$T > 400 K$ hőmérséklet felett a félvezetők vezetőképességének hőmérsékletfüggése (2) figyelembevételével, (3) és (6) felhasználásával:

$$\frac{I}{R} \sim \sigma \sim T^{-1} \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right).$$

Ha tehát mérjük a félvezető R ellenállását a hőmérséklet függvényében és ábrázoljuk $\ln(T/R)$ értékét $1/T$ függvényében, akkor $T > 400 K$ felett egyenest kapunk:

$$\ln \frac{T}{R} \sim \ln \sigma T \sim -\frac{E_g}{2k_B} \frac{1}{T}. \quad (8)$$

Az egyenes meredekségéből meghatározható a tiltott sáv E_g szélessége.

A vezetőképesség a szennyezési vezetés tartományában

Egy p típusú félvezető vezetőképessége (2) figyelembevételével az (5) és (7) összefüggések felhasználásával alacsony hőmérsékleten ($20\text{ K} < T < 50\text{ K}$):

$$\frac{I}{R} \sim \sigma \sim T^{\frac{3}{4}} \exp\left(-\frac{E_a}{2k_B T}\right). \quad (9)$$

Ha tehát alacsony hőmérsékleten, a szennyezési vezetés tartományában mérjük a félvezető ellenállását a hőmérséklet függvényében, akkor az (9) kifejezés felhasználásával az akceptorelektronok E_a gerjesztési energiája meghatározható. Ábrázoljuk $\ln(T^{3/4}/R)$ értékét az $1/T$ függvényében! Azt kapjuk, hogy

$$\ln\left(\frac{T^{\frac{3}{4}}}{R}\right) \sim \ln\left(\sigma T^{\frac{3}{4}}\right) \sim -\frac{E_a}{2k_B} \frac{1}{T}. \quad (10)$$

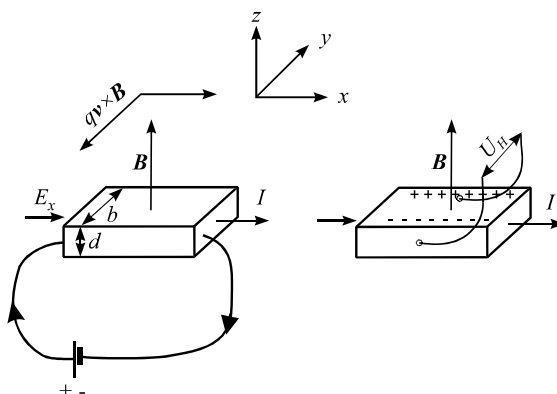
Az így kapott görbe meredekségéből E_a értéke határozható meg.

2.5. A HALL-ÁLLANDÓ MÉRÉSE

E. H. Hall 1879-ben fedezte fel azt az effektust, hogy mágneses térben az áramjárta vezetőben, az áramra és a mágneses térre is merőleges irányban elektromos tér alakul ki. Ez a tér, az áramra merőleges irányban, a vezető két széle között mérhető elektromos feszültséget kelt. Vezető, félvezető anyagokban ennek a feszültségnek, az ún. Hall-feszültségnek a mérésével meghatározható a töltéshordozók típusa és koncentrációja.

A Hall-effektus méréshez téglatest alakú félvezető lapkát használunk. A lapka vastagsága d , az áramirányra merőleges szélessége b . A 6. ábrán látható koordináta rendszer szerint a lapkán keresztül x irányban I áram folyik. Az áram q töltésű töltéshordozók mozgását jelenti, amelyek v sebességgel mozognak. A lapka síkjára merőleges z irányban \mathbf{B} mágneses indukcióteret alkalmazva, a töltéshordozókra $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ Lorentz-erő hat.

Az erő hatására megindul a töltéshordozók áramlása az I áramra merőleges $-y$ irányban, és ez az áramlás egyre több töltést halmoz fel a lapka két oldalán.



6. ábra. A Hall-állandó vizsgálatának elve

A töltések halmozódása mindaddig tart, ameddig a töltésfelhalmozódás hatására létrejött elektromos tér a töltéshordozókat mozgató teret nem kompenzálja. Az így kialakuló elektromos tér, az ún. Hall-tér által létrehozott elektromos feszültség nagysága:

$$U_H = \frac{R_H}{d} IB.$$

Ha a \mathbf{B} indukció vektor nem merőleges a lapka síkjára, hanem az áramsűrűség vektor és a \mathbf{B} vektor iránya α szöget zár be, akkor a Hall-feszültség kifejezése

$$U_H = \frac{R_H}{d} IB \sin \alpha \quad (11)$$

alakú. A (11) kifejezésben szereplő

$$R_H = \frac{I}{nq} \quad (12)$$

mennyiséget Hall-állandónak nevezzük. A Hall-állandó negatív, ha az áramot elektronok hozzák létre ($q = -e$), és pozitív lyukvezetés esetén ($q = +e$). Látható, hogy R_H mérésével az n töltéshordozó-koncentráció meghatározható.

A Hall-feszültség előjeléből a töltéshordozók típusa is meghatározható. A 6. ábrán a többségi elektronvezetés esetén kialakuló töltésfelhalmozódás látható. Lyukvezetés esetén az előjel ellenkező.

3. ELMÉLET

3.1. A TERMIKUSAN GERJESZTETT TÖLTÉSHORDOZÓK SZÁMA

A félvezetőkben termikus gerjesztéssel a vezetési sávba jutó elektronok, illetve a valencia sávba jutó lyukak számát kell meghatároznunk ahhoz, hogy a vezetőképesség nagyságát ki tudjuk számolni. A szilárdtest elmélet megmutatja, hogy bár általában a rácsban a diszperziós reláció különbözik a szabad elektronokétól, a vezetési sáv alsó élének közelében és a valencia sáv felső éléhez közel használható a szabadelektron közelítés. Ennek megfelelően használható a szabadelektronokra érvényes négyzetgyökös $\rho(\varepsilon)$ állapotsűrűség energiafüggés [4], ha a sávélről mért energiákat írjuk be a kifejezésbe. A vezetési (kondukciós) sáv alján tehát a

$$\rho_k(\varepsilon) = \frac{I}{2\pi^2} \left(\frac{2m_k^*}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\varepsilon - \varepsilon_k} \quad (13)$$

alak érvényes, míg a vegyértéksáv (valenciasáv) tetején a

$$\rho_v(\varepsilon) = \frac{I}{2\pi^2} \left(\frac{2m_v^*}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\varepsilon_v - \varepsilon} \quad (14)$$

alakot használjuk. A (13) kifejezésben ε_k a vezetési sáv alsó éléhez tartozó energia, a (14) kifejezésben ε_v a vegyértéksáv tetejéhez tartozó energia. A kristályszerkezet hatását azzal vesszük figyelembe, hogy a szabad elektron m_e tömege helyett a kifejezésbe az effektív tömeg kerül. Az effektív tömeg is általában különböző a Brillouin-zóna különböző pontjaiban, azonban a sávélék közelében jó közelítéssel állandónak vehető. A vezetési sáv élének közelében az elektronok effektív tömege m_k^* , a vegyértéksáv tetején pedig m_v^* . Szilíciumban $m_k^* = 1,18m_e$, $m_v^* = 0,59m_e$.

Az állapotok betöltöttsége a Fermi-statisztika szerint a hőmérsékletnek függvénye. A betöltési valószínűség:

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{e^{(\varepsilon-\mu)/k_B T} + 1}, \quad (15)$$

ahol μ a kémiai potenciált jelöli. Később látni fogjuk, hogy szennyezetlen félvezető esetén a kémiai potenciál a tiltott sáv közepének közelében helyezkedik el. Mivel a félvezetőkben a tiltott sáv szélessége két nagyságrenddel nagyobb, mint a termikus energia ($T=300\text{ K}$ esetén $k_B T \approx 26\text{ meV}$), ezért általában (15) nevezőjében az exponenciális tag mellett az 1 elhanyagolható. Ilyenkor (15) helyett az

$$f(\varepsilon) \cong e^{-(\varepsilon-\mu)/k_B T} \quad (16)$$

alak használható, ami nem más, mint a Boltzmann-eloszlás alakja.

A szennyezetlen félvezetők esete

Kiszámítjuk a vezetési sávban lévő elektronok n_e sűrűségét szennyezetlen félvezetőben:

$$n_e(T) = \int_{\varepsilon_k}^{\infty} \rho_k(\varepsilon) f(\varepsilon, T) d\varepsilon = \int_{\varepsilon_k}^{\infty} \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_k^*}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\varepsilon - \varepsilon_k} e^{-(\varepsilon-\mu)/k_B T} d\varepsilon =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_k^* k_B T}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\varepsilon_k - \mu}{k_B T}} \int_0^\infty x^2 e^{-x} dx = 2 \left(\frac{m_k^* k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\varepsilon_k - \mu}{k_B T}} = \\
&= N_e(T) e^{-\frac{\varepsilon_k - \mu}{k_B T}} \quad (17)
\end{aligned}$$

Az integrálás során az $x=(\varepsilon-\varepsilon_k)/k_B T$ helyettesítést hajtottuk végre. Az integrál nem más, mint a $3/2$ argumentumú Γ függvény: $\Gamma(3/2)=\sqrt{\pi}/2$.

Hasonló számolás után megkapható a vegyérték-sávban a betöltetlen elektronállapotok, azaz a lyukak sűrűsége:

$$n_{ly}(T) = 2 \left(\frac{m_v^* k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\mu - \varepsilon_v}{k_B T}} = N_{ly}(T) e^{-\frac{\mu - \varepsilon_v}{k_B T}}. \quad (18)$$

Szennyezetlen félvezetőben a vezetési elektronok a vegyértéksávból gerjesztődnek fel a vezetési sávba, tehát az elektronok és a lyukak sűrűsége megegyezik, azaz

$$n_e(T) = n_{ly}(T). \quad (19)$$

A (17) és (18) kifejezések felhasználásával az is kiderül, hogy az elektronok és lyukak sűrűségének szorzata nem függ a kémiai potenciál értékétől, hiszen:

$$n_e(T) n_{ly}(T) = N_e(T) N_{ly}(T) e^{-\frac{\varepsilon_k - \varepsilon_v}{k_B T}}. \quad (20)$$

Ha a (19) kifejezést is figyelembe vesszük és beírjuk a (20) kifejezés bal-oldalába, akkor azt kapjuk, hogy

$$n_e(T) = \sqrt{N_e(T) N_{ly}(T)} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}, \quad (21)$$

ahol

$$E_g = \varepsilon_k - \varepsilon_v$$

a tiltott sáv szélessége. Arra jutottunk, hogy a kitevőben a tiltott sáv szélességének a fele jelenik meg.

Ha a (21) kifejezésbe N_e és N_{ly} konkrét alakját beírjuk, akkor megkapjuk a szennyezetlen félvezetőkben a töltéshordozók (elektronok, lyukak) koncentrációjának függését az egyes paramétereiktől:

$$n_e(T) = n_{ly}(T) = 2 \left(\frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} (m_k^* m_v^*)^{\frac{3}{4}} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}. \quad (22)$$

Az így kapott kifejezés tartalma *formálisan* úgy is megfogalmazható, hogy a vezetési sáv effektív állapotsűrűsége a hőmérséklettől és az effektív tömegektől függő exponenciális előtti szorzó. Az energiaszintek az exponenciális tényezőben megjelenő Boltzmann-statisztika szerint töltődnek fel, ahol az aktiválási energia megegyezik a tiltott sáv szélességének a felével. Ennek megfelelően a (22) összefüggés így írható:

$$n(T) = n_o(T) e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}. \quad (23)$$

Az effektív tömegek ismeretében $n_o(T)$ kiszámolható a hőmérséklet függvényében. Értéke szilíciumban $T=300\text{ K}$ hőmérsékleten:

$$n_o(T = 300\text{ K}) = 1,074 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}.$$

A (19) összefüggésből a kémiai potenciál hőmérsékletfüggése is megkapható, ugyanis

$$2 \left(\frac{m_k^* k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\varepsilon_k - \mu}{k_B T}} = 2 \left(\frac{m_v^* k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\mu - \varepsilon_v}{k_B T}},$$

ahonnan, az egyszerűsítések után, a kémia potenciált kifejezhető:

$$\mu = \frac{1}{2}(\varepsilon_k + \varepsilon_v) + \frac{3}{4}k_B T \ln\left(\frac{m_v^*}{m_k^*}\right). \quad (24)$$

$T=0$ K hőmérsékleten a hőmérséklettől függő második tag nullává válik. Ilyenkor a kémiai potenciál értéke a tiltott sáv közepén helyezkedik el. A második tag járuléka magasabb hőmérsékleten is kicsi, így a kémia potenciál általában csekély mértékben tér el a tiltott sáv közepétől.

Szennyezett félvezetők esete

Példaként a tiszta n típusú félvezetőket tekintjük. Legyen N_d a donor atomok koncentrációja, ε_d pedig a donorszint értéke, a gerjesztéshez szükséges kötési energia pedig $E_d = \varepsilon_k - \varepsilon_d$. Ha alacsony hőmérsékleten (pl. $T < 100$ K) tekintjük a szabad töltéshordozók számát a vezetési sávban, akkor nem kell figyelembe vennünk a saját töltéshordozókat, hiszen azok termikus gerjesztéssel csak elhanyagolható számban tudnak a vezetési sávba jutni. Ezt a tartományt *kifagyási tartománynak* nevezzük.

Eléggé alacsony hőmérsékleten most is érvényes a (17) kifejezés, és lényegében a (18) kifejezés is, ahol most ε_v helyébe ε_d kerül, és N_v helyett most N_d -t kell írni. N_d elé még egy $1/2$ -es szorzót is oda kell írunk, hiszen bár a donorszinten a spin iránya szerint két különböző hely van (amit a Fermi-eloszlás figyelembe is vesz), de jelen esetben ezekből csak az egyik betöltött elektronnal. A μ kémiai potenciál értékét most sem ismerjük. Ezt azonban a töltésmegmaradás elvéből most is ki fogjuk számolni, és ki fog derülni, hogy a donorszint felett található.

A vezetési sávba jutott elektronok száma megegyezik a donorszinteket elhagyó elektronok számával:

$$(n_e(T) =)N_e(T) e^{-\frac{\varepsilon_k - \mu}{k_B T}} = \frac{1}{2} N_d e^{-\frac{\mu - \varepsilon_d}{k_B T}} \quad (25)$$

Az egyenlőség jobboldalán a donorszintet elhagyó elektronok száma szerepel. Most is igaz, hogy a vezetési elektronok és a donorszintet elhagyó elektronok számának szorzata nem függ a kémiai potenciáltól:

$$N_e(T) e^{-\frac{\varepsilon_k - \mu}{k_B T}} \frac{1}{2} N_d e^{-\frac{\mu - \varepsilon_d}{k_B T}} = \frac{1}{2} N_e(T) N_d e^{-\frac{\varepsilon_k - \varepsilon_d}{k_B T}} \quad (26)$$

Figyelembe véve a (25) kifejezést, (26)-ban a szorzat tulajdonképpen $n_e^2(T)$ -vel egyezik meg, tehát

$$n_e(T) = \sqrt{\frac{1}{2} N_e(T) N_d} e^{-\frac{E_d}{2k_B T}}. \quad (27)$$

Azt látjuk tehát, hogy elég alacsony hőmérsékleten a kitevőben a donorszint fele szerepel, mint aktiválási energia. Mivel $N_e(T)$ lassan változó függvény, a vezetési sávba kerülő elektronok számának hőmérsékletfüggését az exponenciális jelleg határozza meg. A hőmérséklet növelésével egyre több töltéshordozó jut a vezetési sávba. Ez a növekedés mindaddig tart, ameddig a donorszintek ki nem ürülnek. Ettől kezdve a gerjesztett donorelektronok száma nem függ a hőmérséklettől (a Fermi–Dirac-statisztika a gerjesztett állapotok betöltöttségére 1 értéket ad), és

$$n_e = N_d. \quad (28)$$

Ha csak a hőmérsékletfüggést vizsgáljuk, akkor

$$n_e(T) \sim T^{-\frac{3}{4}} e^{-\frac{E_d}{2k_B T}}. \quad (29)$$

A pontosabb hőmérsékletfüggés meghatározásához tehát figyelembe kell venni az exponenciális előtti szorzó értékét is.

A (25) egyenletből kis átrendezéssel a kémiai potenciál is kifejezhető:

$$\mu = \frac{1}{2}(\varepsilon_k + \varepsilon_d) + \frac{1}{2}k_B T \ln \frac{N_d}{2N_e(T)}. \quad (30)$$

Ebből a kifejezésből látszik, hogy $T \rightarrow 0$ határértékben μ az ε_k vezetési sávél és az ε_d donorszint között, a távolság felénél helyezkedik el. Mivel magasabb hőmérsékleten általában $N_d < 2N_e(T)$, tehát a logaritmus értéke negatív, a hőmérséklet növekedésével a kémiai potenciál csökken.

A kifagyási tartományt követően, a hőmérséklet további emelésével a vezetési sávban lévő elektronok száma mindaddig nem változik, ameddig a hőmérséklet olyan magas nem lesz, hogy termikus gerjesztéssel már a vegyértéksávból is juthatnak elektronok a vezetési sávba.

A tiszta n típusú félvezetőkhez hasonlóan tárgyalható a tiszta p típusú félvezetőkben a töltéshordozó koncentráció változása a hőmérséklet függvényében. A kifagyási tartomány elején a kémiai potenciál a valenciasáv éle és az akceptor nível között, a köztük lévő távolság felénél helyezkedik el, tehát

$$\mu = \frac{\varepsilon_a - \varepsilon_v}{2}. \quad (31)$$

A lyukak koncentrációjának változását leíró egyenlet analóg (27)-es egyenlettel:

$$n_{ly}(T) = \sqrt{\frac{1}{2} N_{ly} N_a} e^{-\frac{\varepsilon_a - \varepsilon_v}{2k_B T}} = \sqrt{\frac{1}{2} N_{ly} N_a} e^{-\frac{1}{2} \frac{E_a}{k_B T}}, \quad (32)$$

ahol ε_a jelöli az akceptor nívelt, ε_v a valenciasáv felső élét, E_a pedig az akceptor nível távolsága a valenciasáv élétől. A pontosabb hőmérsékletfüggést ebben az esetben is a (29) kifejezésnek megfelelő összefüggés írja le, azzal a különbséggel, hogy a kitevőben E_a értéke szerepel.

A hőmérséklet emelésével a kémiai potenciál növekszik, és a kifagyási tartomány végén eléri a tiszta félvezetőket jellemző értéket. Ezután a lyukak száma nem növekszik tovább, hiszen valamennyi akceptornívó betöltötté vált. A hőmérséklet további emelésével a sajátvezetés tartományába jutunk, ahol a szennyezett félvezetők is a tiszta félvezetőkhez hasonló viselkedést mutatnak, hiszen a vezetésben résztvevő elektronok

túlnyomó többsége a valenciasávból kerül a vezetési sávba lyukakat hagyva maguk után.

3.2. AZ ELEKTROMOS VEZETÉS DRUDE-MODELLJE

A közel szabadnak tekinthető töltéshordozók elektromos tér hatására bekövetkező mozgását a Drude-moddal írhatjuk le. Ez a fenomenológikus modell az elektronok mozgását klasszikusan kezeli. A modell feltételezése szerint az \mathbf{E} elektromos tér hatására a q töltéssel és m_q tömeggel rendelkező töltések gyorsuló mozgást végeznek qE/m_q gyorsulással. A töltések a kristályban található akadályokon átlagosan $\bar{\tau}$ időnként rugalmatlanul ütköznek. Az ütközés során teljes egészében elveszítik az elektromos térből felvett energiát, és ütközés után ismét gyorsulnak. A $\bar{\tau}$ idő alatt tehát a töltések maximális sebessége:

$$v_{dr} = \frac{qE\bar{\tau}}{m_q} = \mu_q E. \quad (33)$$

A sebességeloszlást is figyelembevevő szigorúbb modell szerint a (33) kifejezéssel megadott sebesség nem az ütközések között elért maximális sebesség, hanem az átlagos un. drift-sebesség. A kifejezésben szereplő

$$\mu_q = \frac{|q|\bar{\tau}}{m_q} \quad (34)$$

mennyiség a töltések mozgékonyasága, amely definíció szerint mindig pozitív, függetlenül attól, hogy lyuk vagy elektronvezetésről van szó.

A modell alapján kiszámolhatjuk az áramsűrűséget is. A fenti átlagsebességgel számolva dt idő alatt a sebességre merőleges dF felületeleмен

$$dQ = qn_q v_{dr} dt dF$$

töltés halad át. Az áramsűrűség tehát:

$$j = \frac{dQ}{dt dF} = q n_q v_{dr}. \quad (35)$$

Innen (33) felhasználásával azt kapjuk, hogy

$$j = \frac{n_q q^2 \tau}{m_q} E. \quad (36)$$

Az Ohm-törvény alakja:

$$j = \sigma E, \quad (37)$$

ahol σ az anyag vezetőképessége. (36) és (37) összehasonlításából megkapjuk a Drude-modell szerinti vezetőképességet:

$$\sigma = \frac{n_q q^2 \tau}{m_q}. \quad (38)$$

(38)-ban a töltés négyzetesen szerepel, ezért a vezetőképesség mérésével a töltéshordozók előjele nem állapítható meg. A vezetőképesség kifejezhető a (34) mozgékonyssággal is:

$$\sigma = n_q q \mu_e. \quad (39)$$

A szigorúbb kvantummechanikai tárgyalás szerint a vezetőképesség (39) alakja változatlan, azonban a (38) kifejezésben a rács hatását m_q helyett az m_q^* effektív tömeggel vehetjük figyelembe.

A kvantummechanikai tárgyalás azt is megmutatja, hogy elektromos térben a lyukak mozgása hasonlóan kezelhető, mint az elektronoké. A teljes vezetőképesség az elektronok és a lyukak vezetőképességének összegeként adódik:

$$\sigma = n_e e \mu_e + n_{ly} e \mu_{ly}, \quad (40)$$

ahol n_e az elektronok és n_{ly} a lyukak koncentrációja, μ_e az elektronok és μ_{ly} a lyukak mozgékonyasága, e pedig az elemi töltés.

3.3. A HALL-EFFEKTUS

A Hall-effektus méréshez a 6. ábrán látható téglatest alakú félvezető lapkát használunk, amelynek vastagsága d , az áramirányra merőleges szélessége b . A lapkán keresztül x irányban I áram folyik. Az áram \mathbf{v} sebességgel mozgó q töltésű töltéshordozók mozgását jelenti. A lapkát z irányú \mathbf{B} mágneses indukciótérbe helyezve, a töltéshordozókra $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ Lorentz-erő hat. Az áramsűrűség definíció szerint:

$$\mathbf{j} = nq\mathbf{v} . \quad (41)$$

Így a Lorentz-erő hatására kialakuló transzverzális elektromos tér

$$\mathbf{E} = \frac{I}{nq} \mathbf{j} \times \mathbf{B} . \quad (42)$$

A térerősség hatására megindul a töltéshordozók áramlása, és ez az áramlás egyre több töltést halmoz fel a lapka két oldalán. A töltések halmozódása mindaddig tart, ameddig a töltés-felhalmozódás hatására létrejött \mathbf{E}_H ellenkező irányú elektromos Hall-tér a töltéshordozókat mozgató teret nem kompenzálja. A Hall-tér által létrehozott elektromos feszültség nagysága:

$$U_H = E_H b = b \frac{I}{nq} j B \sin \alpha = \frac{I}{nqd} IB \sin \alpha , \quad (43)$$

ahol α a \mathbf{B} és \mathbf{j} vektorok által bezárt szög. A (43) kifejezésben szereplő

$$R_H = \frac{I}{nq}$$

mennyiséget Hall-állandónak nevezzük. R_H dimenziója m^3/C , ami

$$\frac{V}{m} \\ T \frac{A}{m^2}$$

alakban is kifejezhető, ami a (43) kifejezésből könnyen belátható. Az utóbbi alak a Hall-állandó fizikai jelentését jól kifejezi: egységnyi mágneses tér, egységnyi áramsűrűség esetében mekkora a keresztirányú térerősség. A Hall-állandó negatív, ha az áramot elektronok hozzák létre ($q = -e$), és pozitív lyukvezetés esetén ($q = +e$).

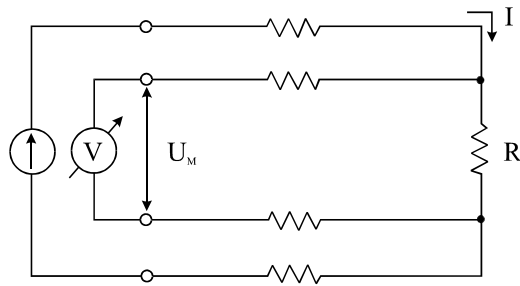
Ha mind donor, mind akceptor centrumok vannak a mintában, az R_H -ra egy bonyolultabb kifejezést kapunk, mintsem az elektronok és lyukak számának egyszerű különbségét. Ilyenkor az elektronok és lyukak mozgékonyága is szerepet játszik. *Intrinsic* félvezető esetén a lyukak és az elektronok száma egyenlő, és ha azonos lenne a mobilitásuk, akkor Hall-effektust nem kapnánk. Az elektronok mozgékonyága azonban mindig nagyobb, mint a lyukaké, ezért ilyen esetben is mérhető effektust kapunk.

4. A MÉRÉSEK ELVE ÉS KIVITELEZÉSE

4.1. AZ ELLENÁLLÁS MÉRÉSE

A minta ellenállásának mérésére a kis ellenállások mérése esetén szokásos ún. *négyponthoz* módszert alkalmazzuk. A 7. ábrán látható, hogy a két szélső kontaktus szolgál az áram bevezetésére, míg a belső kontaktusokon mérjük a feszültséget. Egy áramgenerátor biztosítja, hogy a kontaktusok és hozzávezetések ellenállásától függetlenül a mintán mindig az előre beállított áram haladjon keresztül. A módszer lényege és előnye, hogy míg az $R \sim 1000 \Omega$ ellenálláson $I \sim 1 \text{ mA}$ áram folyik át, a feszültségmérőn átfolyó áram, a $G\Omega$ vagy annál nagyobb belső ellenállása miatt elhanyagolhatóan kicsiny (pA vagy annál kisebb). Így a feszültségmérőhöz csatlakozó vezetéseken és a kontaktusokon eső feszültség gyakorlatilag elhanyagolható az R ellenálláson eső U_R feszültséghez viszonyítva.

$$R = \frac{U_M}{I} = \frac{U_R}{I}.$$



7. ábra. A négypontos ellenállásmérés elvi kapcsolása

Feszültségméréseknél gyakori hibaforrás a termoelektromos feszültségtől származó tag, amely akkor jelentkezik, ha az áramkörben a nem azonos anyagok érintkezési pontjai között hőmérsékletkülönbség van. Esetünkben a kályhába helyezett mintánál különösen ügyelni kell erre a hatásra, hiszen a kályha hőmérsékletének kis inhomogenitásai is hibát okozhatnak az ellenállás meghatározásában. A termofeszültség kiküszöbölésére szolgál a két ellentétes irányú árammal történő egymás utáni mérés, az un. *áram reverzálásának* módszere, amellyel az állandó előjelű termofeszültség kiejthető, hiszen

$$U_{M^+} = U_{tf} + IR,$$

$$U_{M^-} = U_{tf} - IR,$$

és a két mért érték kivonásával kiejthető a parazita feszültség:

$$U_M = \frac{U_{M^+} - U_{M^-}}{2} = IR. \quad (44)$$

A számítógépes programmal vezérelt mérésben az áramirány változtatásával mért feszültségek különbségéből számolt ellenállásértékek jelennek meg mérési adatként.

Félvezető minta elektromos vezetőképességének mérésénél különösen gondot kell fordítani a jó kontaktusok létrehozására. A jó érintkezés azt jelenti, hogy az érintkezési pont elhanyagolható ellenállású, az áram-

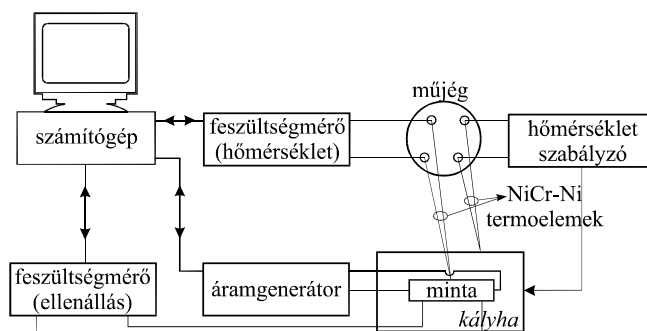
feszültség karakterisztikája pedig lineáris. Ezt értjük az ohmos kontaktus alatt.

A kontaktusok kialakításánál két nehézséggel kerülünk szembe. Az egyik az, hogy a félvezetők többsége (Si , Ge stb.) a levegőn gyorsan oxidálódik. A kialakuló oxidréteg szigetelő. Ha vékony ez az oxidréteg, akkor a töltéshordozók alagúteffektussal átjuthatnak rajta. Vastag oxidréteg azonban a négyponos ellenállásmérés esetén is nehézségeket okozhat.

A másik nehézség, amire különösen a szennyezett félvezetők esetén, az alacsony hőmérsékletű mérés tervezésekor kellett figyelemmel lenni az, hogy a fém-félvezető érintkezéseknél kialakul az ún. Schottky-gát (barrier) [1]. A Schottky-gát kialakulásának oka az, hogy a fémben és a félvezetőben az érintkezés előtt eltérő a kémiai potenciál értéke. Az érintkezés után a kémiai potenciálnak azonos szintre kell kerülnie, ami úgy valósul meg, hogy töltés halmozódik fel az érintkezési felület mentén. Megfelelő kontaktáló fém (Si esetén pl. alumínium huzal) és hőkezelés hatására létrejövő diffúziós szennyezés eredményeként a Schottky-gát hatása csökkenthető. Ha a Schottky-gát nem túl nagy, akkor a négyponos módszer esetén hatása elhanyagolható.

Az ellenállásmérés összeállítása

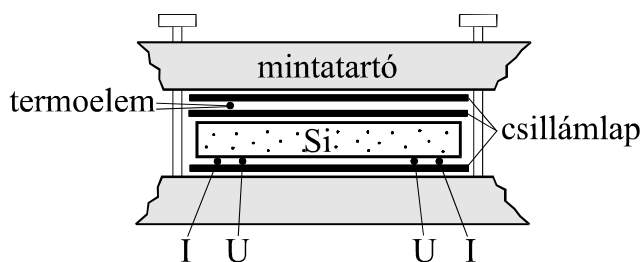
Az ellenállásmérés összeállításának blokkvázlata a 8. ábrán látható.



8. ábra. Az ellenállásmérés blokkvázlata

A mérendő minta egy kályha belsejében helyezkedik el. A mintegy 40 cm hosszú 10 cm átmérőjű kettősfalú hengeres test hűtőköpenyében állandó hőmérsékletű víz kering. A henger belsejében halad egy acélcső, amelyet kerámiagyöngyökbe fűzött fűtőszál melegít. Ez a *kályha* fűti a belsejében elhelyezett sárgaréz mintatartót.

A mintatartó vázlatát a 9. ábra mutatja. A szilícium mintát egy lemez úgy szorítja le, hogy az elektromos vezetékek mintával való jó érintkezése biztosítva legyen. A mintatartó a kályhából kihúzható. A mintatartó és a minta közötti elektromos szigetelésre csillámlemezeket használunk. A minta szürke színű, $\sim 1,5\text{ cm}$ hosszú, szélessége és magassága $5\text{--}5\text{ mm}$. Az áram- és potenciálvezetékek vékony platinahuzalok, amelyek kétlyukú 3 mm -es kerámiacsövekben futnak. A potenciálvezetékek távolsága 1 cm . A kályha szobahőmérséklet és $250\text{ }^\circ\text{C}$ közötti lineáris fűtését hőmérsékletszabályozó biztosítja, amelynek vezérlő jelét a kályha fűtőtestének közelében elhelyezett *NiCr-Ni* termoelem feszültsége adja. A fűtőprogram által előállított referenciafeszültség és a termofeszültség különbségének megfelelően nő vagy csökken a kályha fűtőszálára kapcsolt fűtőteljesítmény. A mintának egy T_0 referencia-hőmérsékletéhez, esetünkben a $\sim 50\text{ }^\circ\text{C}$ fokos *műjég*hez viszonyított hőmérsékletét a vele jó termikus kontaktusban lévő másik *NiCr-Ni* termopár méri. A termofeszültséget digitális multiméterrel mérjük.



9. ábra. A mintatartó vázlat

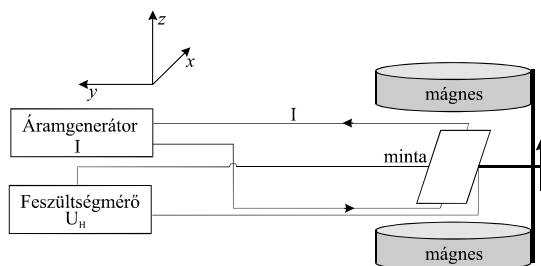
Az ellenállás méréséhez szükséges $10\text{ }\mu\text{A}$ egyenáramot egy programozható áramgenerátor adja. A mintán eső feszültséget multiméter méri. Az áramgenerátor időbeli vezérlését, és a multiméterek adatainak átvételét a számítógépbe helyezett ún. *IEEE-488 interface* felügyeli. A kívánt

paraméterek beállítása, a mérési eredmények megjelenítése és rögzítése a $C:\backslash PRG \backslash si.exe$ programmal végezhető.

4.2. A HALL ÁLLANDÓ MÉRÉSE

A Hall-állandó meghatározására a 10. ábrán mutatott elrendezést használjuk. Az ábrán látható koordináta rendszer iránya megegyezik a 6. ábrán látható iránnyal. A $0,38\text{ mm}$ vastagságú félvezető lap egy forgatható karon helyezkedik el. A kar segítségével a minta síkjának a mágneses tér irányával bezárt szöge $0-360\text{ fok}$ között változtatható. Erre egy elkerülhetetlen szisztematikus hiba kiejtése miatt van szükség. Általában nem oldható meg, hogy a keresztirányú kontaktusok olyan pontossággal legyenek egymással szembehelyezve, hogy az ohmos ellenállástól származó feszültségesés pontosan nulla legyen. Ez a hibafeszültség arányos az árammal, viszont nem függ a mágneses tértől. Ezzel szemben a Hall-feszültséget a \mathbf{j} és \mathbf{B} vektori szorzata határozza meg. A minta forgatásával tehát kiküszöbölhető a kontaktálás pontatlanságából eredő szisztematikus hiba, hiszen egyszerűen szétválasztható az ohmos tag és a Hall-állandó járuléka. Ha az ohmos tagot is figyelembe vesszük, akkor a (11) kifejezés az alábbiak szerint módosul:

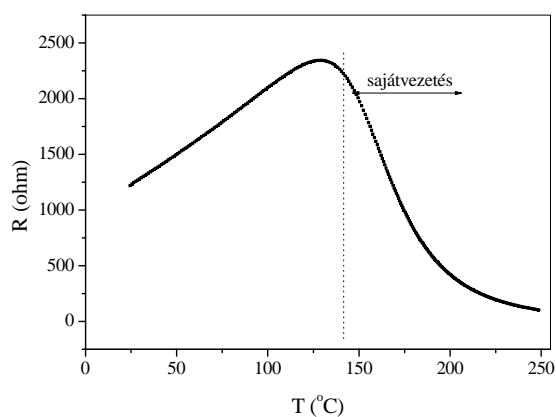
$$U_M = \frac{R_H}{d} BI \sin \alpha + RI \quad (45)$$



10. ábra. A Hall-állandó mérésének összeállítási rajza

5. A MÉRÉSI FELADATOK ÉS AZ EREDMÉNYEK ÉRTÉKELÉSE

1. A szennyezetlen Si tiltott sáv szélességének meghatározása. A 11. ábra a sajátvezetés tartományának közelében, szobahőmérséklettől $250\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ig mutatja a Si félvezető ellenállásának változását a hőmérséklet függvényében. Felhasználva az elméleti számításokból kapott (8) kifejezést, az $\ln [T(K)/R(\Omega)]$ értékek az $1/T (K^{-1})$ függvényében ábrázolva, a sajátvezetés tartományában a mérési adatokra egyenes illeszthető. Egy ilyen illesztés látszik a 12. ábrán. Az egyenes meredeksége a (7) kifejezés alapján: $-E_g/2k_B$. A Boltzmann-állandó $k=8,613\cdot 10^{-5} \text{ eVK}^{-1}$ értékét felhasználva, a meredekségből kiszámolható a tiltott sáv E_g szélessége eV egységekben. A mérési adatok hibája alapján becsüljük meg a számított érték hibáját.

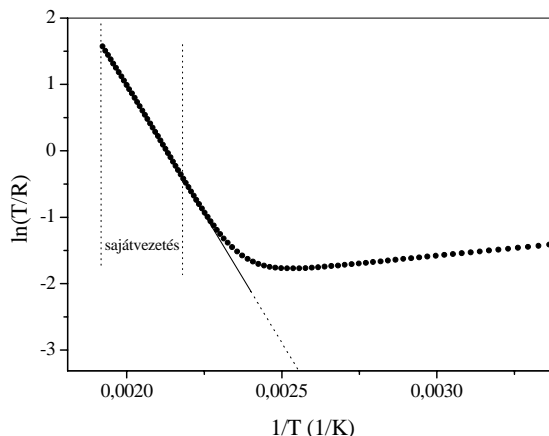


11. ábra. A szennyezetlen félvezető ellenállásának hőmérsékletfüggése szobahőmérséklet felett

2. A maradék szennyezés mértékének becslése a „szennyezetlen” félvezető esetén. Az 1. feladatban meghatározott egyenes egyenletéből kiszámolható, hogy mekkora lenne a szobahőmérsékleti R_{elm} ellenállás ($\sim 2 \text{ Gohm}$), ha a félvezető nem tartalmazna maradék szennyezést. Ezzel szemben $T=300 \text{ K}$ fokon mért $R_{mért}$ ellenállás a maradék szennyezés vezetése miatt jóval kisebb érték. A két ellenállás hányadosa:

$$\frac{R_{elm}(300)}{R_{mért}(300)} = \frac{\sigma_{mért}}{\sigma_{elm}} = \frac{n_{mért} e \langle \mu \rangle_{mért}}{n_{elm} e \langle \mu \rangle_{elm}} \approx \frac{n_{mért}}{n_{elm}},$$

ahol feltételeztük, hogy a maradék szennyezés töltéshordozóinak mozgékonyága nagyságrendileg nem tér el az elméleti számításban feltételezett tiszta félvezető töltéshordozóinak látszólagos mozgékonyásától. Az elméleti töltéshordozó sűrűség értéke $T=300\text{ K}$ hőmérsékleten: $n_e=5,05 \cdot 10^9\text{ cm}^{-3}$, amelyet a 2.2 fejezetben már megadtunk. A fenti egyenletből a maradék szennyezőktől származó $n_{mért}$ töltéshordozó koncentráció kiszámolható.



12. ábra. A tiltott sáv szélességének meghatározása

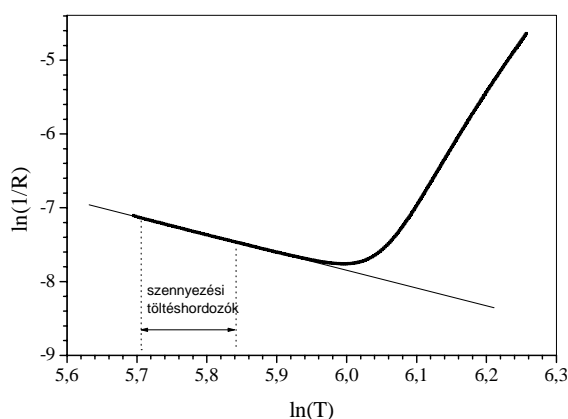
3. A töltéshordozók $\langle \mu \rangle$ átlagos mozgékonyágának számolása $T=550\text{ K}$ hőmérsékleten. A számoláshoz a Drude-modell alapján az alábbi összefüggést használjuk:

$$R = \rho \frac{l}{A} = \frac{l}{\sigma A} = \frac{l}{ne \langle \mu \rangle A},$$

$$\langle \mu \rangle = \frac{l}{n_{saját}(550) e A R(550)},$$

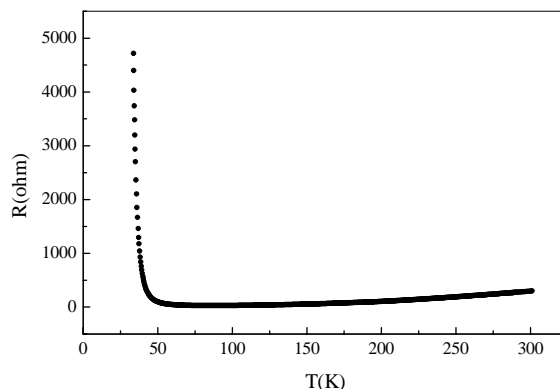
ahol $A=(0,250\pm 0,005) \text{ cm}^2$ a minta keresztmetszete, $l=(1,00\pm 0,05) \text{ cm}$ a potenciálpontok távolsága. A mozgékonyág szokásos mértékegysége: cm^2/Vs . Az elemi töltés nagysága: $e=1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Cb}$.

4. A töltéshordozók mozgékonyága hőmérsékletfüggésének meghatározása a telítési tartományban. A 11. ábrán a sajátvezetés tartománya előtt a maradék szennyező atomok töltéshordozói vezetnek. Számukra ez a telítési tartomány, tehát koncentrációjuk a hőmérséklettel nem változik és ezért a hőmérsékletfüggés a töltéshordozók mozgékonyágának hőmérsékletfüggéséből származik. A $\sigma \sim T^x$ összefüggés alapján az $\ln(1/R)-\ln(T)$ egyenes meredekségéből a mobilitás hőmérsékletfüggésének x hatványkitevője meghatározható, ahogyan az a 13. ábrán látható.



13. ábra. A mobilitás hőmérsékletfüggésének meghatározása

5. Az adalékolt félvezető szennyezési szintjének meghatározása. A feladathoz egy zártkörű *He*-hűtőrendszerrel korábban mért adatsort használunk. A 14. ábrán látható az alacsony hőmérsékleten mért akceptor-szennyezett *Si* minta ellenállásának változása a hőmérséklet függvényében. Az *sikrio.dat* adatfájl az *C:\adatok\...* könyvtárból másolható ki az egyéni értékelés céljából. Az $\ln(T^{3/4}/R)-1/T$ függvény 50 K körüli tartományára illesztett egyenes meredekségéből az (5) kifejezés alapján az akceptor szennyezési szint vegyérték sáv tetejétől mért E_a távolsága kiszámolható.



14. ábra. Szennyezett Si minta ellenállásának változása alacsony hőmérsékleten

6. A Hall-állandó meghatározása. Szennyezett félvezető lapka síkjának a \mathbf{B} mágneses indukció vektortól mért α szögét 15 fokenként változtatva mérjük meg a a transzverzális U_M feszültség értékeket. A (45) kifejezés alapján ábrázoljuk az U_M értékeket a $\sin\alpha$ függvényében. A kapott egyenes meredekségéből a (45) kifejezés alapján az R_H Hall-állandó kiszámolható. A \mathbf{B} mágneses indukciót vagy Hall-szondával mérjük, vagy mérőtekerccsel és fluxmérővel. A félvezető lapka vastagsága: $d=(0,38\pm 0,01)$ mm. A félvezető lapkán átfolyó áram legyen 1 mA.
7. A félvezető minta töltéshordozó-koncentrációjának meghatározása. A töltéshordozó-koncentráció a (12) kifejezés alapján a Hall-állandóból számolható. Határozzuk meg azt is, hogy a töltéshordozók elektronok, vagy lyukak, vagyis határozzuk meg a Hall-állandó előjelét is!
8. A töltéshordozók Hall-mozgékonyságának számolása. A minta vezetőképessége a Drude-modell szerint nem függ a mágneses tértől, ezért ha a minta ellenállását a szokásos módon négy pontos módszerrel megmérjük, akkor a geometriai adatok ismeretében a vezetőképesség számolható. A vezetőképesség és a Hall-állandó ismeretében a (2) és (12) kifejezések felhasználásával a Hall-mozgékonyság a $\mu=\sigma/nq=\sigma R_H$ összefüggés szerint számolható.

6. IRODALOM

1. Ch. Kittel, Bevezetés a szilárdtest-fizikába, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1981.
2. G. W. Ludwig and R. L. Watters, Drift and Conductivity Mobility in Silicon, Phys. Rev. **101**, 6 (1956).
3. D. L. Rhode, Electron Mobility in *Ge*, *Si* and *GaP*, phys. stat. solidi (b), 53, 245 (1972).
4. Sólyom J., A modern szilárdtestfizika alapjai II., ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2003.