

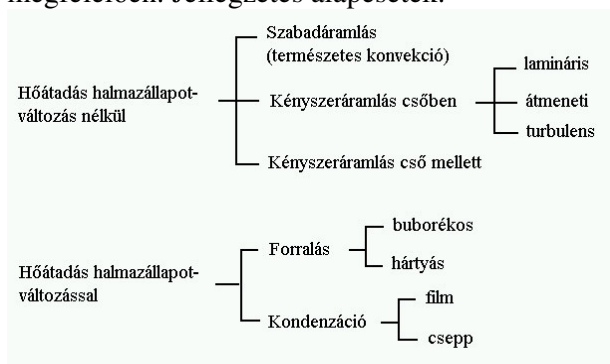
# HŐÁTADÁS

(írta: Dr Ortutay Miklós)

1. Bevezetés
2. Hőátadás halmazállapot-változás nélkül
  - 2.1. Szabadáramlás
  - 2.2. Konvekciós kényszeráramú hőátadás csőben
    - 2.2.1. Lamináris áramlás
    - 2.2.2. Hőátadás csőben turbulensen áramló folyadékánál
    - 2.2.3. Hőátadás csőben áramló folyadékánál átmeneti áramlás esetén
3. Hőátadás halmazállapot-változás közben
  - 3.1. Hőátadási tényező forralásnál
  - 3.2. Gőzök kondenzációja

## 1. Bevezetés

A műszaki számításokhoz felhasználható kritériális egyenletek csoportosíthatók a különböző hőátadási formáknak megfelelően. Jellegzetes alapesetek:

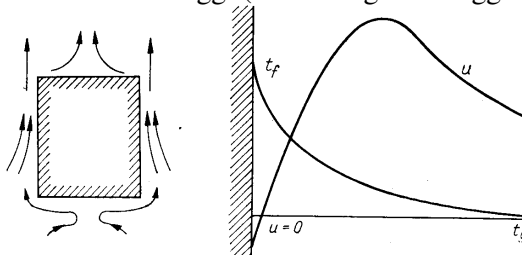


A hőátadási tényező meghatározására vonatkozó közlemények száma több tízezer, alkalmazásuknál nagy gondossággal kell eljárni, hiszen a modellkísérletekből nyert eredmények alkalmazása feltételekhez(!) kötött.

## 2. Hőátadás halmazállapot-változás nélkül

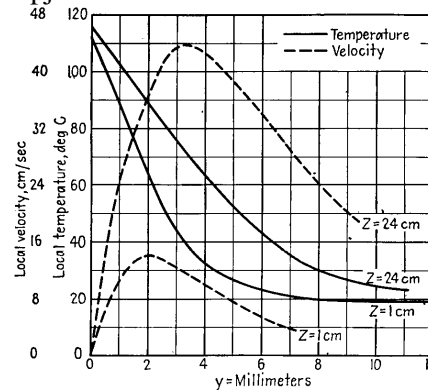
### 2.1. Szabadáramlás

A szabadáramlás a fal melletti közeg felmelegedése ill. lehülése következtében, a sűrűségváltozás miatt jön létre. A hőátadásra vonatkozó összefüggésben a kényszeráramlásra jellemző  $Re$  kritérium nem szerepel, mivel a hőátadás a felület méreteitől, az áramló fluidum anyagjellemzőitől és a hőmérséklettől függ. (a sebesség nem független változó)



Az ábrán (Ciborowski: A vegyipari műveletek alapjai) egy fűtött (meleg) test körül kialakult áramlás jellegzetes képe, a fal környezetében kialakuló hőmérséklet- és sebességeloszlás (u) látható.

Egy 1ft magas fűtött lemez mellett kialakuló hőmérséklet- és sebességeloszlás Mc Adams: Heat Transmission könyve alapján:



Függőleges sík vagy hengeres fal esetén a hőátadási tényező a következő kritériális egyenletből határozható meg:

$$Nu=C(RePr)^n$$

A C és n állandó értéke a kialakuló áramlásra jellemző PrGr értékétől függ:

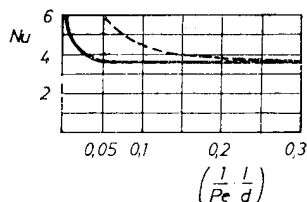
Áramlás	Feltétel	C	n
lamináris	$Pr Gr < 500$	1,18	0,125
átmeneti	$500 < Pr Gr < 2 * 10^7$	0,54	0,25
turbulens	$Pr Gr > 2 * 10^7$	0,135	0,33

A jellemző geometriai méret a magasság 0,6 m-ig. Az anyagjellemzőket a határreteg közepes hőmérsékletére kell meghatározni.

Ha az áramlás zárt térben (autoklávban, ablak üvegek között stb.) alakul ki, a hővezetésre vonatkozó Fourier-féle összefüggés használható, azzal a különbséggel, hogy hővezetési tényezőként egy kísérleti úton meghatározott ekvivalens hővezetési tényezőt kell figyelembe venni.

## 2.2. Konvekciós kényszeráramú hőátadás csőben

### 2.2.1. Lamináris áramlás



A szaggatott vonal az átlagos, míg a folytonos a belépéstől l távolságra lévő helyen mutatja a hőátadási tényező értékét. Az ábrán Nu szám 3,65 értékhez tart.

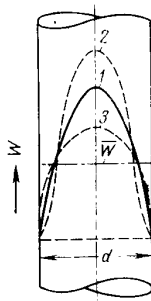
Az áramlás termikusan kialakult, ha  $1/(Re Pr) * l/d > 0,05$

A lamináris áramlás hidraulikus kialakulási hossza:  $l_h = 0,03 * Re * d$

Hidraulikusan kialakult áramlás esetén:

$$Nu = 1,61 \left( Pe \frac{d}{l} \right)^{1/3}$$

A hőátadási tényezőt a sebességeloszlás és a hőátadás következtében kialakuló természetes konvekció is befolyásolja.



Az ábrán az 1 jelű görbe lamináris áramlás esetén izoterm esetre mutatja a sebességeloszlást (forgási paraboloid).

Ha a csőben áramló anyag hűl, a fal mellett a hőmérséklet kisebb lesz mint bentebb és a viszkozitás változás miatt a sebességprofil a 2 görbe szerint módosul. Fűtés esetén a 3 görbe tájékoztat a változásról.

Az átlagsebesség mindhárom esetben azonos:

$$w_a = \frac{1}{A} \int w_i(r) dA$$

A hőáramlás irányát általában az

$$\left( \frac{\eta}{\eta_f} \right)^{0,14}$$

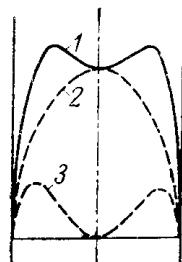
viszkozitási tényezővel veszik figyelembe. Az átlagos Nusselt számra javasolt összefüggés:

$$Nu = 1,86 \left( Pe \frac{d}{l} \right)^{1/3} \left( \frac{\eta}{\eta_f} \right)^{0,14}$$

Egy másik gyakorlat a konstansok értékeire ad meg eltérő értékeket a hőáramlás irányától függően. KRAUSSOLD melegítés esetére  $C=15$ , míg hűtés esetére  $C=11,5$  értéket ad meg a következő összefüggés alkalmazásánál:

$$Nu = C Pe^{0,23} \left( \frac{d}{l} \right)^{0,5}$$

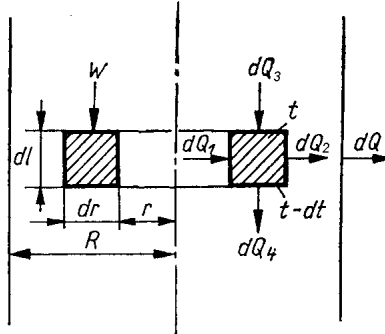
A természetes konvekció is módosíthatja a hőátadási tényező értékét. A sűrűségkülönbség következtében kialakuló szabad áramlás szuperponálódik a lamináris áramlásra és legtöbbször kedvezően módosul a hőátadási tényező.



Az ábrán a 2 görbe a lamináris, a 3 görbe a természetes konvekció, a szabadáramlás következtében kialakuló sebességeloszlásra jellemző.

A két áramlás együttes hatása esetén kialakuló sebességeloszlásra az 1 görbe a jellemző.

Hőátadási tényező meghatározása csőben laminárisan áramló fluidum esetén elméleti modell segítségével:



Az ábrán látható térfogatelemen keresztül részben vezetéssel, részben konvektív úton áramlik az energia.

Tengelyre merőleges irányban a vezetésből, míg tengelyirányban a konvekcióból adódó energiákat vesszük figyelembe.

Stacioner esetben a vizsgált elemi gyűrűbe érkező és távozó energiák összege megegyezik:

$$Q_1 + Q_3 = Q_2 + Q_4$$

bemenő            távozó

A vezetéssel érkező és távozó energia a Fourier féle összefüggés segítségével felírható:

$$Q_1 = -\lambda 2\pi r dl \frac{\partial t}{\partial r}$$

$$Q_2 = Q_1 - \lambda 2\pi dl \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial t}{\partial r} \right) dr$$

Az elemi gyűrűbe áramlással érkező és távozó energia:

$$Q_3 = w 2\pi r dr c \rho t$$

$$Q_4 = Q_3 - w 2\pi r dr c \rho dt$$

Az energiamérlegből:

$$Q_1 + Q_3 = Q_2 + Q_4 = Q_1 - \lambda 2\pi dl \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial t}{\partial r} \right) dr + Q_3 - w 2\pi r dr c \rho dt$$

A differenciálegyenlet átalakításával, integrálásával előállítható a hőmérséklet-eloszlás egyenlete.

$$\lambda 2\pi dl \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial t}{\partial r} \right) dr = -w 2\pi r dr c \rho dt$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial t}{\partial r} \right) = -\frac{w c \rho}{\lambda} \frac{\partial t}{\partial l}$$

Egy másik független egyenlet állítható elő a teljes anyagmennyiségre vonatkozó hőmérlegből.  $dl$  elemi hosszban a fluidum energiaváltozása megegyezik a falon átadott energiával:

$$w_a R^2 \pi c \rho dt = 2R\pi dl (t_1 - t_{fal}) \alpha$$

$$\frac{\partial t}{\partial l} = \frac{2R\pi \Delta t \alpha}{w_a R^2 \pi c} = \frac{2\Delta t \alpha}{w_a R c}$$

A Poiseulle egyenletből ismert, hogy lamináris áramlásnál

$$w_a = \frac{\Delta p R^2}{8\eta L}$$

$$w = \frac{\Delta p}{4\eta L} (R^2 - r^2)$$

Az (1) baloldala a (3) és (4) figyelembevételével:

$$-\frac{wcp}{\lambda} \frac{\partial t}{\partial l} = -\frac{\Delta p}{4\eta L} (R^2 - r^2) \frac{cp}{\lambda} \frac{8\eta L}{\Delta p R^2} \frac{2\Delta t \alpha}{R \rho c} = -\frac{4\Delta t \alpha}{\lambda} \left( \frac{1}{R} - \frac{r^2}{R^3} \right)$$

$$\frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial t}{\partial r} \right) \right) = -\frac{4\Delta t \alpha}{\lambda} \left( \frac{1}{R} - \frac{r^2}{R^3} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial t}{\partial r} \right) = -\frac{4\alpha \Delta t}{\lambda} \left( \frac{r}{R} - \frac{r^3}{R^3} \right)$$

$$r \frac{\partial t}{\partial r} = -\frac{4\alpha \Delta t}{\lambda} \left( \frac{r^2}{2R} - \frac{r^4}{4R^3} \right) + c_1$$

ha  $r=0$  ;

$$c_1 = 0$$

$$\frac{dt}{dr} = -\frac{4\alpha \Delta t}{\lambda} \left( \frac{r}{2R} - \frac{r^3}{4R^3} \right)$$

$$t = -\frac{4\alpha \Delta t}{\lambda} \left( \frac{r^2}{4R} - \frac{r^4}{16R^3} \right) + C_2$$

Ha  $r = 0$   $t=t_1$  azaz  $C_2=t_1$

Ha  $r = R$   $t=t_{fal}$

$$t_1 - t_{fal} = \Delta t = \frac{4\alpha \Delta t}{\lambda} \left( \frac{R^2}{4R} - \frac{R^4}{16R^3} \right) = \frac{4\alpha \Delta t}{\lambda} \frac{3R}{16}$$

$$\frac{\alpha D}{\lambda} = Nu = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} = 2,67$$

Ha a hőátadási egyenletben a hőátadási tényező

$$Q = \alpha_k F(t_k - t_{fal})$$

a közepes hőmérsékletre vonatkozik és a fajhő állandónak tekinthető:

$$t_k = \frac{2 \int_0^R w r dr}{R^2 w_k} \rightarrow Nu = 4,36$$

### 2.2.2. Hőátadás csőben turbulensen áramló folyadéknál

A kritériális egyenletben szereplő anyagjellemzők értékei a hőmérséklettől függőek. Az összefüggések átlagos hőmérsékletre ill. filmhőmérsékletre vonatkoznak.

Átlagos hőmérséklet a be- és kilépő hőmérsékletek átlaga:

$$t = \frac{t_1 + t_2}{2}$$

A film közepes hőmérséklete  $t_{fk}$  a fal és az átlagos hőmérséklet átlaga:

$$t_{fk} = \frac{t_f + t}{2}$$

Ha  $Re > 10000$  és  $0,7 < Pr < 160$  a hőátadási tényező a következő, a film közepes hőmérsékletét figyelembe vevő kritériális egyenletből számítható:

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{1/3}$$

Az átlagos hőmérsékletre vonatkozó kritériális egyenletben a sebességmező módosulást a viszkozitási tényezővel veszik figyelembe:

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{1/3} \left( \frac{\eta}{\eta_f} \right)^{0,14}$$

A hőátadási tényező az un. Colburn-faktor segítségével is meghatározható. Figyelembe véve, hogy a Stanton szám:

$$St = \frac{Nu}{Re \ Pr}$$

a következő összefüggések állíthatók elő a hőátadási tényező meghatározásához:

$$j_h = St \ Pr^{2/3} \left( \frac{\eta}{\eta_f} \right)^{-0,14} = 0,023 \ Re^{-0,2}$$

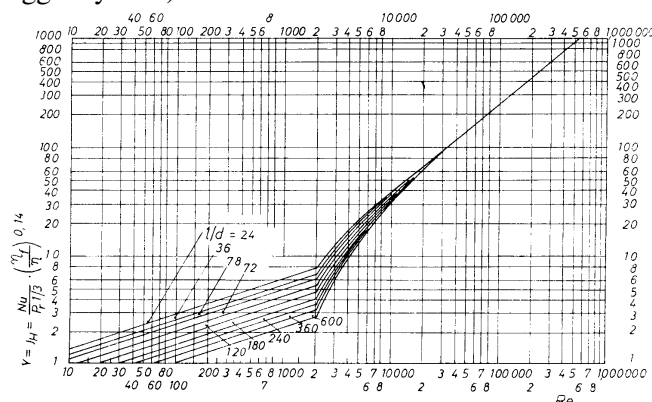
$$j_H = Nu \ Pr^{-1/3} \left( \frac{\eta}{\eta_f} \right)^{-0,14} = 0,023 \ Re^{0,8}$$

### 2.2.3. Hőátadás csőben áramló folyadékknál átmeneti áramlás esetén

Közelítő számításokhoz használható a következő összefüggés:

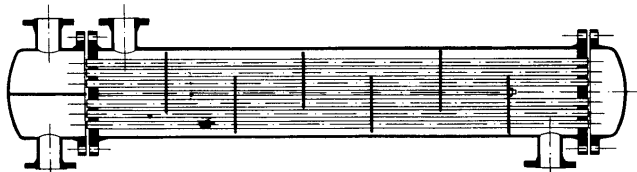
$$Nu = 0,008 \ Re^{0,9} \ Pr^{0,43}$$

A csőben történő kényszerkonvekció esetére vonatkozó hőátadási eredmények láthatók (a  $j_H$  tényező a  $Re$  szám függvényében) az alábbi ábrán:



### 2.3. Hőátadás csőköteges hőcserélő köpenyterében

Egy terelőlemez, merev csőköteges hőcserélő látható az alábbi ábrán:



A köpenytérben áramló folyadék részben párhuzamosan, részben merőlegesen áramlik a hőátadó felületet képező csövekhez képest.

A hőátadási tényező meghatározására DONOHUE a következő általános összefüggést ajánlja:

$$Nu = C \ Re^{0,6} \ Pr^{0,33} \left( \frac{\eta}{\eta_f} \right)^{0,14}$$

A  $Nu$  és  $Re$  számban szereplő geometriai méret, a cső külső átmérője.

A  $C$  állandó a köpenytér kialakításától függ.

- Terelő lemez nélküli hőcserélőnél:

$$C = 1,16d_c^{0,6}$$

ahol a  $d_e$  egyenértékű átmérő (hidraulikai sugár = nedvesített felület / nedvesített kerület) a  $D$  köpeny belső átmérőjéből, a  $z$  csőszámból és egy cső külső átmérőjének figyelembevételével meghatározható:

$$d_e = \frac{D^2 - zd^2}{D + zd}$$

- Szegmens típusú terelőlemezeknél

$$C = 0,23$$

- Kör és körgyűrű alakú terelőlemezek esetén

$$C = 2,08d_e^{0,6}$$

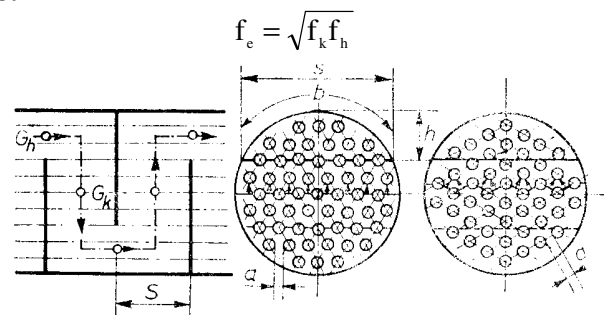
A  $Re$  számban szereplő  $w$  sebességet a mértékadó  $f_e$  áramlási felületre kell meghatározni a köpenytérben áramló  $G$  közegmennyiség, és a közepes hőmérsékletre vonatkozó sűrűség figyelembevételével

$$w = \frac{G}{\rho f_e}$$

- Terelő lemez nélküli hőcserélőnél:

$$f_e = \frac{(D^2 - zd^2)\pi}{4}$$

- Szegmens típusú terelőlemezeknél a kereszt- és hosszirányú áramlással érintett felületek mértani közepét kell figyelembe venni:



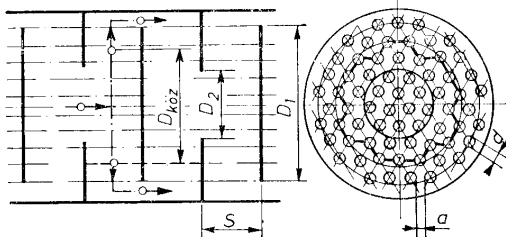
A keresztirányú áramlásra rendelkezésre álló terület a terelőlemezek  $S$  távolságából és az átmérő mentén található rések összegéből:

$$f_k = S \Sigma a$$

A hosszirányú áramlási keresztmetszet a felületen áthaladó  $z_1$  csövek számának figyelembevételével:

$$f_h = \frac{D(b-s) + 2sh}{4} - z_1 \frac{d^2 \pi}{4}$$

- Kör és körgyűrű alakú terelőlemezek esetén



A keresztirányú áramlásra rendelkezésre álló terület a terelőlemezek  $S$  távolságából és a  $D_k$  középátmérő mentén található rések összegéből:

$$f_k = S \Sigma a$$

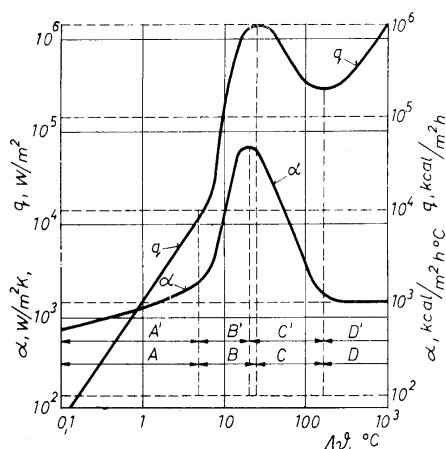
$$D_k = \frac{D_1 + D_2}{2}$$

A hosszirányú áramlási keresztmetszet a külsőfelületen áthaladó  $z_2$  csövek számának figyelembevételével:

$$f_h = \frac{(D^2 - D_1^2)\pi}{4} - z_2 \frac{d^2\pi}{4}$$

### 3. Hőátadás halmazállapot-változás közben

#### 3.1. Hőátadási tényező forralásnál



Az ábra 1 bar nyomáson, forrásban lévő víz esetén mutatja a hőátadási tényező és a fajlagos hőáram értéket a melegített felület és forró víz hőmérséklete közötti különbség függvényében. A forrás négy jellegzetes tartományra bontható:

- természetes konvekció
- buborékoló forrás
- nem stabil hártás forrás
- stabil hártás forrás

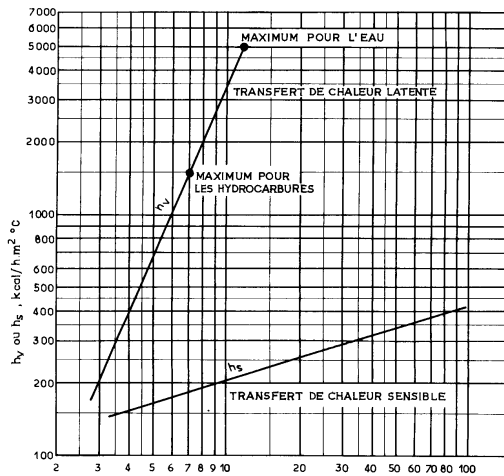
A gyakorlatban a buborékos forrás megvalósítása a cél. A hártás forrás esetén ugyanis a keletkező gőzhártya rossz hővezető képessége következtében csökken a hőátadási tényező. A forrási hőátadási tényező meghatározására általános érvényű összefüggés jelenleg nem ismert. Különböző anyagokra, vizes oldatokra több összefüggést is javasoltak.

Fábry víz  $p$  nyomáson ( $p$  bar-ban) történő forralásánál a következő összefüggést javasolja:

$$\alpha = 88\Delta\vartheta^2 p^{0.6} \quad \text{W/m}^2\text{K}$$

Visszaforralóban természetes cirkuláció esetén elérhető hőátadási tényezők láthatók a következő ábrán.





### 3.2. Gőzök kondenzációja

Kondenzáció:

- filmkondenzáció (lamináris, turbulens)
- cseppkondenzáció)

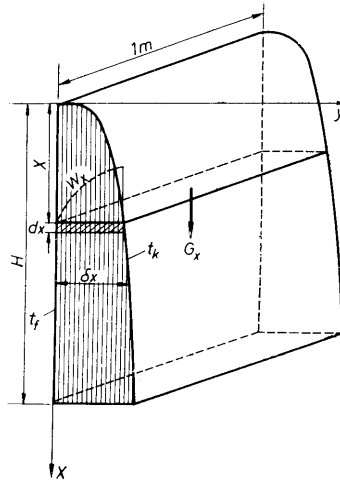
Kondenzációs hőátadási tényező NUSSELT szerint

Feltételezések:

film laminárisan, rétegenként állandó sebességgel áramlik,

a film hőmérséklete a falnál  $t_f$  a gőz oldalon  $t_k$

a sebesség parabolikus eloszlású, a hőmérsékletváltozás lineáris



Egy elemi hasábot a sűrűlési erő falirányban fékezi, ettől  $dy$  távolságra gyorsítja:

$$\begin{array}{c}
 dy \\
 \square \\
 \uparrow \quad \downarrow \\
 -\eta \frac{dw}{dy} dx \cdot 1 \quad + \eta \frac{dw}{dy} dx \cdot 1 + \eta \frac{d}{dy} \left( \frac{dw}{dy} \right) dy dx \cdot 1
 \end{array}$$

Az erő egyensúly:

$$\eta \frac{d^2 w}{dy^2} dx dy + dx dy \rho g = m a = 0$$

$$\frac{d^2 w}{dy^2} = -\frac{\rho g}{\eta}$$

$$\frac{dw}{dy} = -\frac{\rho g}{\eta} y + c_1$$

Ha  $y = \delta_x$ ,

$$\frac{dw}{dy} = 0$$

,és így

$$c_1 = \frac{\rho g}{\eta} \delta_x$$

$$\frac{dw}{dy} = -\frac{\rho g}{\eta} y + \frac{\rho g}{\eta} \delta_x$$

$$w = -\frac{\rho g}{2\eta} y^2 + \frac{\rho g}{\eta} \delta_x y + c_2$$

Ha  $y=0$ ,  $w=0$  és így  $c_2=0$ , azaz a sebességeloszlás  $x$  magasságban:

$$w = -\frac{\rho g}{2\eta} y^2 + \frac{\rho g}{\eta} \delta_x y$$

Az  $x$  magasságban lecsurgó folyadék tömege:

$$G = \int_0^{\delta_x} w \rho dy = -\int_0^{\delta_x} \frac{\rho^2 g}{2\eta} y^2 dy + \int_0^{\delta_x} \frac{\rho^2 g}{\eta} \delta_x y dy = \frac{-\rho^2 g \delta_x^3}{6\eta} + \frac{\rho^2 g \delta_x^3}{2\eta} = \frac{\rho^2 g \delta_x^3}{3\eta}$$

A folyadék mennyiség megváltozása  $dx$  szakaszon:

$$dG = \frac{3\rho^2 g \delta_x^2}{3\eta} d\delta_x = \frac{\rho^2 g \delta_x^2}{\eta} d\delta_x$$

A lecsurgó folyadék mennyiség változás a kondenzáció következménye, a kondenzációs hő a folyadékfilmen vezetéssel kerül elvonásra. Energiamérleg (felület =  $1 \cdot dx$ ):

$$dGr = \frac{\rho^2 g \delta_x^2}{\eta} d\delta_x r = \frac{\lambda}{\delta_x} (t_k - t_f) dx$$

$$\frac{\rho^2 g \delta_x^3 r}{\eta} d\delta_x = \lambda (t_k - t_f) dx \quad \int_0^{\delta_x} K = \int_0^x K$$

$$\frac{\rho^2 g \delta_x^4 r}{4\eta} = \lambda (t_k - t_f) x$$

$$\delta_x = \sqrt[4]{\frac{4\eta \lambda (t_k - t_f) x}{\rho^2 g r}}$$

A kondenzációs hőátadási tényező (hővezetés, hőátadás analógia figyelembevétel)  $x$  magasságban:

$$\alpha(x) = \frac{\lambda}{\delta_x} = \sqrt[4]{\frac{\lambda^4 \rho^2 g r}{4\eta \lambda (t_k - t_f) x}} = \sqrt[4]{\frac{\lambda^3 \rho^2 g r}{4\eta \Delta t x}}$$

Az átlagos kondenzációs hőátadási tényező:

$$\alpha = \frac{1}{H} \int_0^H \alpha(x) dx = \frac{1}{H} \sqrt[4]{\frac{\lambda^3 \rho^2 g r}{4\eta \Delta t}} \int_0^H x^{-\frac{1}{4}} dx = 0,943 \sqrt[4]{\frac{\lambda^3 \rho^2 g r}{\eta \Delta t H}}$$

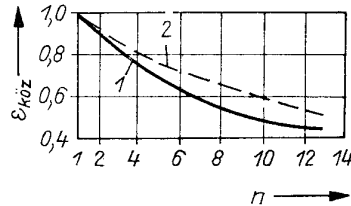
Kísérleti adatok alapján műveleti számításoknál a következő összefüggéseket alkalmazzák: függőleges cső esetén

$$\alpha = 1,15 \cdot \sqrt[4]{\frac{\lambda^3 \rho^2 g r}{\eta \Delta t H}} \cdot \frac{W}{m^2 K}$$

vízszintes cső esetén

$$\alpha = 0,72 \cdot \sqrt[4]{\frac{\lambda^3 \rho^2 g r}{\eta \Delta t d}} \cdot \frac{W}{m^2 K}$$

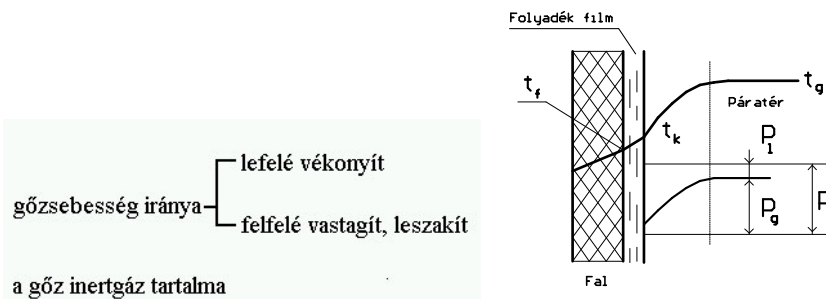
Az összefüggésekben az anyagjellemzők a kondenzátum-film közepes hőmérsékletén szerepelnek.



Vízszintes csőköteg esetén négyzetes elrendezés esetén az 1, hatszöges esetben a 2 jelű görbéről leolvasható értékkel módosítani kell az értékét

$$\alpha_{\text{köz}} = \varepsilon_{\text{köz}} \alpha$$

A kondenzációs hőátadási tényezőt befolyásoló néhány hatás:



Az ábrán látható, hogy a  $p$  gőztéri nyomás a parciális gőznyomás  $p_g$  és a levegő (inert) parciális nyomásának  $p_i$ -nek összege. A kondenzfilm mellett kialakuló inert párna hatására a kondenzfilm  $t_k$  hőmérséklete kisebb a páratéri  $t_g$  hőmérsékletnél. Üzemi berendezéseknél ezért fontos az inertgáz mentesítés.