HŐÁTADÁS

(írta: Dr Ortutay Miklós)

1. Bevezetés

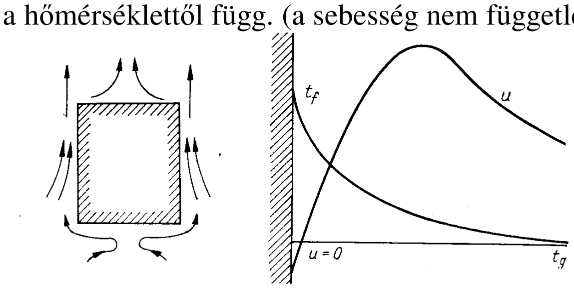
A műszaki számításokhoz felhasználható kritériális egyenletek csoportosíthatók a különböző hőátadási formáknak megfelelően. Jellegzetes alapesetek:

A hőátadási tényező meghatározására vonatkozó közlemények száma több tízezer, alkalmazásuknál nagy gondossággal kell eljárni, hiszen a modellkísérletekből nyert eredmények alkalmazása feltételekhez(!) kötött.

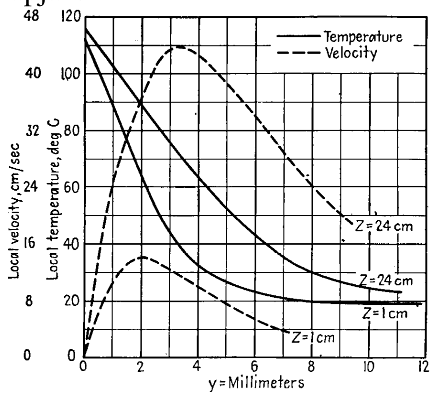
2. Hőátadás halmazállapot-változás nélkül

2.1. Szabadáramlás

A szabadáramlás a fal melletti közeg felmelegedése ill. lehűlése következtében, a sűrűségváltozás miatt jön létre. A hőátadásra vonatkozó összefüggésben a kényszeráramlásra jellemző Re kritérium nem szerepel, mivel a hőátadás a felület méreteitől, az áramló fluidum anyagjellemzőitől és a hőmérséklettől függ. (a sebesség nem független változó)



Az ábrán (Ciborowski: A vegyipari műveletek alapjai) egy fűtött (meleg) test körül kialakult áramlás jellegzetes képe, a fal környezetében kialakuló hőmérséklet- és sebességeloszlás (u) látható.
Egy 1ft magas fűtött lemez mellett kialakuló hőmérséklet- és sebességeloszlás Mc Adams: Heat Transmission könyve alapján:



Függőleges sík vagy hengeres fal esetén a hőátadási tényező a következő kriteriális egyenletből határozható meg:

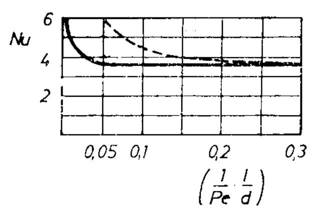
$$Nu=C(RePr)^n$$

A C és n állandó értéke a kialakuló áramlásra jellemző PrGr értékétől függ:

Áramlás	Feltétel	*C*	*n*
lamináris	*Pr Gr*<500	1,18	0,125
átmeneti	500< *Pr Gr*<2*10^7	0,54	0,25
turbulens	*Pr Gr*>2*10^7	0,135	0,33

A jellemző geometriai méret a magasság 0,6 m-ig. Az anyagjellemzőket a határréteg közepes hőmérsékletére kell meghatározni.
Ha az áramlás zárt térben (autoklávban, ablak üvegek között stb.) alakul ki, a hővezetésre vonatkozó Fourier-féle összefüggés használható, azzal a különbséggel, hogy hővezetési tényezőként egy kísérleti úton meghatározott ekvivalens hővezetési tényezőt kell figyelembe venni.

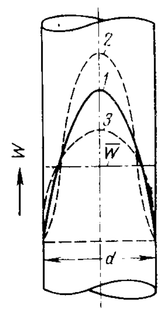
2.2. Konvekciós kényszeráramú hőátadás csőben
2.2.1. Lamináris áramlás



A szaggatott vonal az átlagos, míg a folytonos a belépéstől l távolságra lévő helyen mutatja a hőátadási tényező értékét. Az ábrán Nu szám 3,65 értékhez tart.
Az áramlás termikusan kialakult, ha 1/(Re Pr)*l/d>0,05
A lamináris áramlás hidraulikus kialakulási hossza: l_h= 0,03* Re* d
Hidraulikusan kialakult áramlás esetén:

$$Nu = 1{,}61\left(Pe\frac{d}{l}\right)^{1/3}$$

A hőátadási tényezőt a sebességeloszlás és a hőátadás következtében kialakuló természetes konvekció is befolyásolja.



Az ábrán az 1 jelű görbe lamináris áramlás esetén izoterm esetre mutatja a sebességeloszlást (forgási paraboloid).
Ha a csőben áramló anyag hűl, a fal mellett a hőmérséklet kisebb lesz mint bentebb és a viszkozitás változás miatt a sebességprofil a 2 görbe szerint módosul. Fűtés esetén a 3 görbe tájékoztat a változásról.
Az átlagsebesség mindhárom esetben azonos:

$$w_a = \frac{1}{A}\int w_i(r)dA$$

A hőáramlás irányát általában az

$$\left(\frac{\eta}{\eta_f}\right)^{0,14}$$

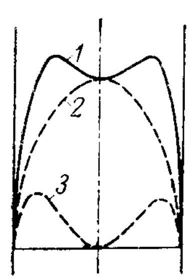
viszkozitási tényezővel veszik figyelembe. Az átlagos Nusselt számra javasolt összefüggés:

$$Nu = 1{,}86\left(Pe\frac{d}{l}\right)^{1/3}\left(\frac{\eta}{\eta_f}\right)^{0,14}$$

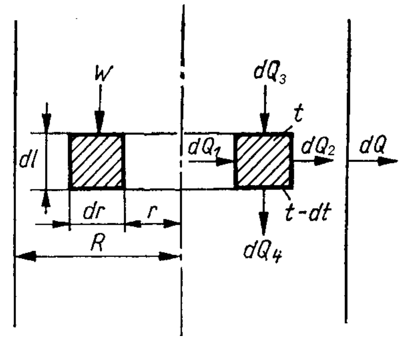
Egy másik gyakorlat a konstansok értékeire ad meg eltérő értékeket a hőáramlás irányától függően. KRAUSSOLD melegítés esetére C=15, míg hűtés esetére C=11,5 értéket ad meg a következő összefüggés alkalmazásánál:

$$Nu = C\ Pe^{0,23}\left(\frac{d}{l}\right)^{0,5}$$

A természetes konvekció is módosíthatja a hőátadási tényező értékét. A sűrűségkülönbség következtében kialakuló szabad áramlás szuperponálódik a lamináris áramlásra és legtöbbször kedvezően módosul a hőátadási tényező.



Az ábrán a 2 görbe a lamináris, a 3 görbe a természetes konvekció, a szabadáramlás következtében kialakuló sebességeloszlásra jellemző.
A két áramlás együttes hatása esetén kialakuló sebességeloszlásra az 1 görbe a jellemző.
Hőátadási tényező meghatározása csőben laminárisan áramló fluidum esetén elméleti modell segítségével:



Az ábrán látható térfogatelemen keresztül részben vezetéssel, részben konvektiv úton áramlik az energia.
Tengelyre merőleges irányban a vezetésből, míg tengelyirányban a konvekcióból adódó energiákat vesszük figyelembe.
Stacioner esetben a vizsgált elemi gyűrűbe érkező és távozó energiák összege megegyezik:

$$\underbrace{Q_1+Q_3}_{\text{bemenő}}=\underbrace{Q_2+Q_4}_{\text{távozó}}$$

A vezetéssel érkező és távozó energia a Fourier féle összefüggés segítségével felírható:

$$Q_1=-\lambda 2r\pi dl\frac{\partial t}{\partial r}$$

$$Q_2=Q_1-\lambda 2\pi dl\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial t}{\partial r}\right)dr$$

Az elemi gyűrűbe áramlással érkező és távozó energia:

$$Q_3=w2r\pi drc\rho t$$

$$Q_4=Q_3-w2r\pi drc\rho dt$$

Az energiamérlegből:

$$Q_1+Q_3=Q_2+Q_4=Q_1-\lambda 2\pi dl\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial t}{\partial r}\right)dr+Q_3-w2r\pi drc\rho dt$$

A differenciálegyenlet átalakításával, integrálásával előállítható a hőmérséklet-eloszlás egyenlete.

$$\lambda 2\pi dl\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial t}{\partial r}\right)dr=-w2r\pi drc\rho dt$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial t}{\partial r}\right)=-\frac{wc\rho}{\lambda}\frac{\partial t}{\partial l}$$

Egy másik független egyenlet állítható elő a teljes anyagmennyiségre vonatkozó hőmérlegből. *dl* elemi hosszon a fluidum energiaváltozása megegyezik a falon átadott energiával:

$$w_aR^2\pi c\rho dt=2R\pi dl(t_1-t_{fal})\alpha$$

$$\frac{\partial t}{\partial l}=\frac{2R\pi\Delta t\alpha}{w_aR^2\pi\rho c}=\frac{2\Delta t\alpha}{w_aR\rho c}$$

A Poiseulle egyenletből ismert, hogy lamináris áramlásnál

$$w_a=\frac{\Delta pR^2}{8\eta L}$$

$$w=\frac{\Delta p}{4\eta L}\left(R^2-r^2\right)$$

Az (1) baloldala a (3) és (4) figyelembevételével:

$$-\frac{wc\rho}{\lambda}\frac{\partial t}{\partial l}=-\frac{\Delta p}{4\eta L}\left(R^2-r^2\right)\frac{c\rho}{\lambda}\frac{8\eta L}{\Delta p R^2}\frac{2\Delta t\alpha}{R\rho c}=-\frac{4\Delta t\alpha}{\lambda}\left(\frac{1}{R}-\frac{r^2}{R^3}\right)$$

$$\frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial t}{\partial r}\right)\right)=-\frac{4\Delta t\alpha}{\lambda}\left(\frac{1}{R}-\frac{r^2}{R^3}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial t}{\partial r}\right)=-\frac{4\alpha\Delta t}{\lambda}\left(\frac{r}{R}-\frac{r^3}{R^3}\right)$$

$$r\frac{\partial t}{\partial r}=-\frac{4\alpha\Delta t}{\lambda}\left(\frac{r^2}{2R}-\frac{r^4}{4R^3}\right)+c_1$$

ha r=0 ;

$$c_1=0$$

$$\frac{dt}{dr}=-\frac{4\alpha\Delta t}{\lambda}\left(\frac{r}{2R}-\frac{r^3}{4R^3}\right)$$

$$t=-\frac{4\alpha\Delta t}{\lambda}\left(\frac{r^2}{4R}-\frac{r^4}{16R^3}\right)+C_2$$

Ha $r = 0$ $t=t_1$ azaz $C_2=t_1$
Ha $r = R$ $t=t_{fal}$

$$t_1-t_{fal}=\Delta t=\frac{4\alpha\Delta t}{\lambda}\left(\frac{R^2}{4R}-\frac{R^4}{16R^3}\right)=\frac{4\alpha\Delta t}{\lambda}\frac{3R}{16}$$

$$\frac{\alpha D}{\lambda}=Nu=\frac{16}{6}=\frac{8}{3}=2{,}67$$

Ha a hőátadási egyenletben a hőátadási tényező

$$Q=\alpha_k F\left(t_k-t_{fal}\right)$$

a közepes hőmérsékletre vonatkozik és a fajhő állandónak tekinthető:

$$t_k=\frac{2\int_0^R wtrdr}{R^2 w_k}\rightarrow Nu=4{,}36$$

2.2.2. Hőátadás csőben turbulensen áramló folyadéknál
A kritériális egyenletben szereplő anyagjellemzők értékei a hőmérséklettől függőek. Az összefüggések átlagos hőmérsékletre ill. filmhőmérsékletre vonatkoznak.
Átlagos hőmérséklet a be- és kilépő hőmérsékletek átlaga:

$$t=\frac{t_1+t_2}{2}$$

A film közepes hőmérséklete t_{fk} a fal és az átlagos hőmérséklet átlaga:

$$t_{fk}=\frac{t_f+t}{2}$$

Ha Re>10000 és 0,7<Pr<160 a hőátadási tényező a következő, a film közepes hőmérsékletét figyelembe vevő kritériális egyenletből számítható:

$$Nu=0{,}023\,Re^{0,8}\,Pr^{1/3}$$

Az átlagos hőmérsékletre vonatkozó kritériális egyenletben a sebességmező módosulást a viszkozitási tényezővel veszik figyelembe:

$$Nu=0{,}023\,Re^{0,8}\,Pr^{1/3}\left(\frac{\eta}{\eta_f}\right)^{0,14}$$

A hőátadási tényező az un. Colburn-faktor segítségével is meghatározható. Figyelembe véve, hogy a Stanton szám:

$$St = \frac{Nu}{Re\ Pr}$$

a következő összefüggések állíthatók elő a hőátadási tényező meghatározásához:

$$j_h = St\ Pr^{2/3}\left(\frac{\eta}{\eta_f}\right)^{-0,14} = 0{,}023\,Re^{-0,2}$$

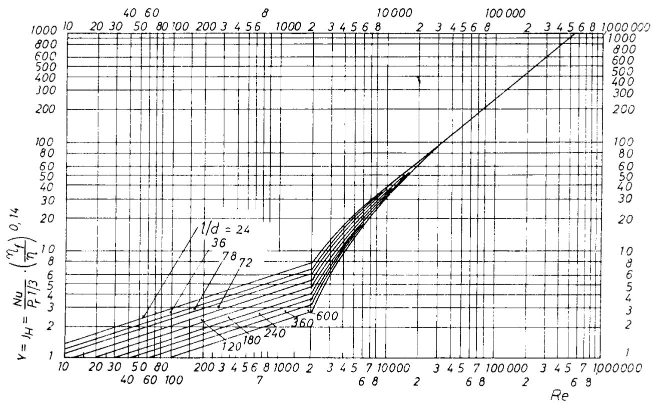
$$j_H = Nu\ Pr^{-1/3}\left(\frac{\eta}{\eta_f}\right)^{-0,14} = 0{,}023\,Re^{0,8}$$

2.2.3. Hőátadás csőben áramló folyadéknál átmeneti áramlás esetén

Közelítő számításokhoz használható a következő összefüggés:

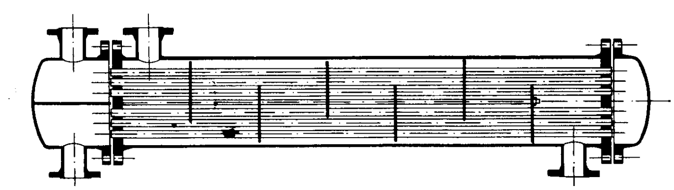
$$Nu = 0{,}008\,Re^{0,9}\,Pr^{0,43}$$

A csőben történő kényszerkonvekció esetére vonatkozó hőátadási eredmények láthatók (a j_H tényező a Re szám függvényében) az alábbi ábrán:



2.3. Hőátadás csőköteges hőcserélő köpenyterében

Egy terelőlemezes, merev csőköteges hőcserélő látható az alábbi ábrán:



A köpenytérben áramló folyadék részben párhuzamosan, részben merőlegesen áramlik a hőátadó felületet képező csövekhez képest.

A hőátadási tényező meghatározására DONOHUE a következő általános összefüggést ajánlja:

$$Nu = C\ Re^{0,6}\,Pr^{0,33}\left(\frac{\eta}{\eta_f}\right)^{0,14}$$

A Nu és Re számban szereplő geometriai méret, a cső külső átmérője.

A C állandó a köpenytér kialakításától függ.

- Terelő lemez nélküli hőcserélőnél:

$$C = 1{,}16 d_e^{0,6}$$

ahol a d_e egyenértékű átmérő (hidraulikai sugár = nedvesített felület / nedvesített kerület) a D köpeny belső átmérőjéből, a z csőszámból és egy cső külső átmérőjének figyelembevételével meghatározható:

$$d_e = \frac{D^2 - zd^2}{D + zd}$$

- Szegmens típusú terelőlemezeknél

$$C = 0{,}23$$

- Kör és körgyűrű alakú terelőlemezek esetén

$$C = 2{,}08 d_e^{0,6}$$

A Re számban szereplő w sebességet a mértékadó f_e áramlási felületre kell meghatározni a köpenytérben áramló G közegmennyiség, és a közepes hőmérsékletre vonatkozó sűrűség figyelembevételével

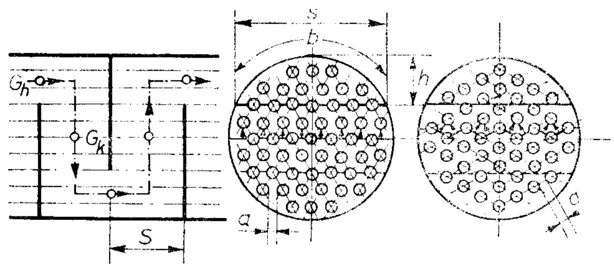
$$w = \frac{G}{\rho f_e}$$

- Terelő lemez nélküli hőcserélőnél:

$$f_e = \frac{(D^2 - zd^2)\pi}{4}$$

- Szegmens típusú terelőlemezeknél a kereszt- és hosszirányú áramlással érintett felületek mértani közepét kell figyelembe venni:

$$f_e = \sqrt{f_k f_h}$$



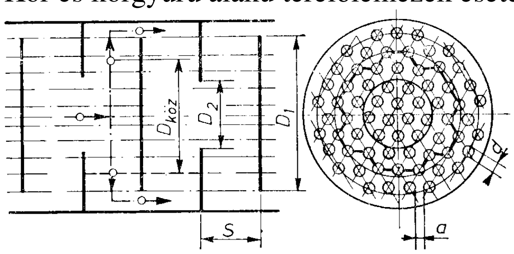
A keresztirányú áramlásra rendelkezésre álló terület a terelőlemezek S távolságából és az átmérő mentén található rések összegéből:

$$f_k = S\Sigma a$$

A hosszirányú áramlási keresztmetszet a felületen áthaladó z_1 csövek számának figyelembevételével:

$$f_h = \frac{D(b - s) + 2sh}{4} - z_1 \frac{d^2\pi}{4}$$

- Kör és körgyűrű alakú terelőlemezek esetén



A keresztirányú áramlásra rendelkezésre álló terület a terelőlemezek S távolságából és a D_k középátmérő mentén található rések összegéből:

$$f_k = S\Sigma a$$

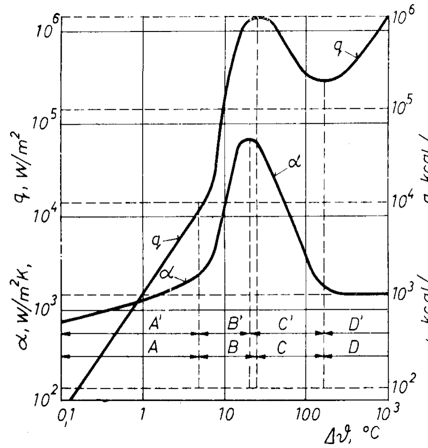
$$D_k = \frac{D_1 + D_2}{2}$$

A hosszirányú áramlási keresztmetszet a külsőfelületen áthaladó z_2 csövek számának figyelembevételével:

$$f_h = \frac{(D^2 - D_1^2)\pi}{4} - z_2 \frac{d^2\pi}{4}$$

3. Hőátadás halmazállapot-változás közben

3.1. Hőátadási tényező forralásnál



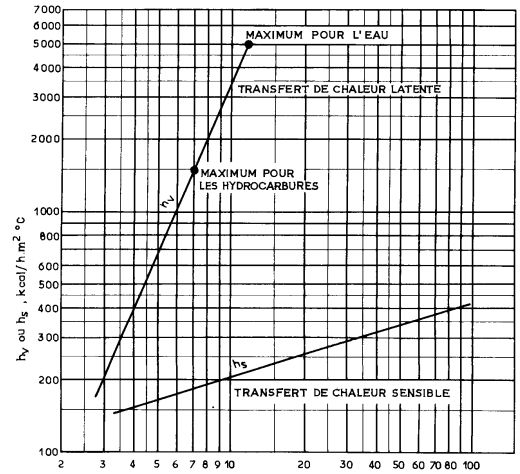
Az ábra 1 bar nyomáson, forrásban lévő víz esetén mutatja a hőátadási tényező és a fajlagos hőáram értéket a melegített felület és forró víz hőmérséklete közötti különbség függvényében.
A forrás négy jellegzetes tartományra bontható:

- természetes konvekció
- buborékoló forrás
- nem stabil hártyás forrás
- stabil hártyás forrás

A gyakorlatban a buborékos forrás megvalósítása a cél. A hártyás forrás esetén ugyanis a keletkező gőzhártya rossz hővezető képessége következtében csökken a hőátadási tényező.
A forrási hőátadási tényező meghatározására általános érvényű összefüggés jelenleg nem ismert. Különböző anyagokra, vizes oldatokra több összefüggést is javasoltak.
Fábry víz p nyomáson (p bar-ban) történő forralásánál a következő összefüggést javasolja:

$\alpha = 88\Delta\vartheta^2 p^{0,6}$ W/m²K

Visszaforralóban természetes cirkuláció esetén elérhető hőátadási tényezők láthatók a következő ábrán.



3.2. Gőzök kondenzációja

Kondenzáció:

- filmkondenzáció (lamináris, turbulens
- cseppkondenzáció)

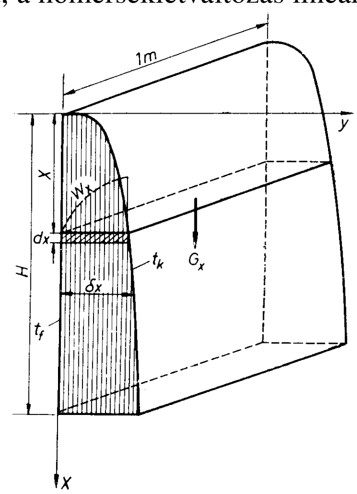
Kondenzációs hőátadási tényező NUSSELT szerint

Feltételezések:

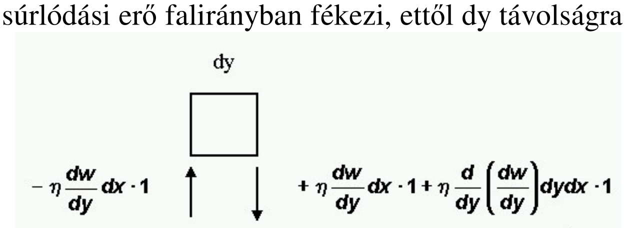
film laminárisan, rétegenként állandó sebességgel áramlik,

a film hőmérséklete a falnál t_f a gőz oldalon t_k

a sebesség parabolikus eloszlású, a hőmérsékletváltozás lineáris



Egy elemi hasábot a súrlódási erő falirányban fékezi, ettől dy távolságra gyorsítja:



Az erő egyensúly:

$$\eta\frac{d^2w}{dy^2}dxdy + dxdy\rho g = m\,a = 0$$

$$\frac{d^2w}{dy^2} = -\frac{\rho g}{\eta}$$

$$\frac{dw}{dy} = -\frac{\rho g}{\eta} y + c_1$$

Ha $y = \delta_x$,

$$\frac{dw}{dy} = 0$$

,és így

$$c_1 = \frac{\rho g}{\eta}\delta_x$$

$$\frac{dw}{dy} = -\frac{\rho g}{\eta} y + \frac{\rho g}{\eta}\delta_x$$

$$w = -\frac{\rho g}{2\eta} y^2 + \frac{\rho g}{\eta}\delta_x y + c_2$$

Ha y=0, w=0 és így c_2=0, azaz a sebességeloszlás x magasságban:

$$w = -\frac{\rho g}{2\eta} y^2 + \frac{\rho g}{\eta}\delta_x y$$

Az x magasságban lecsurgó folyadék tömege:

$$G = \int_0^{\delta_x} w\rho dy = -\int_0^{\delta_x} \frac{\rho^2 g}{2\eta} y^2 dy + \int_0^{\delta_x} \frac{\rho^2 g}{\eta}\delta_x y dy = \frac{-\rho^2 g\delta_x^3}{6\eta} + \frac{\rho^2 g\delta_x^3}{2\eta} = \frac{\rho^2 g\delta_x^3}{3\eta}$$

A folyadék mennyiség megváltozása dx szakaszon:

$$dG = \frac{3\rho^2 g\delta_x^2}{3\eta} d\delta_x = \frac{\rho^2 g\delta_x^2}{\eta} d\delta_x$$

A lecsurgó folyadék mennyiség változás a kondenzáció következménye, a kondenzációs hő a folyadékfilmen vezetéssel kerül elvonásra. Energiamérleg (felület =1*dx) :

$$dGr = \frac{\rho^2 g\delta_x^2}{\eta} d\delta_x r = \frac{\lambda}{\delta_x}(t_k - t_f)dx$$

$$\frac{\rho^2 g\delta_x^3 r}{\eta} d\delta_x = \lambda(t_k - t_f)dx \qquad \int_0^{\delta_x} K = \int_0^{x} K$$

$$\frac{\rho^2 g\delta_x^4 r}{4\eta} = \lambda(t_k - t_f)x$$

$$\delta_x = \sqrt[4]{\frac{4\eta\lambda(t_k - t_f)x}{\rho^2 gr}}$$

A kondenzációs hőátadási tényező (hővezetés, hőátadás analógia figyelembevétele) x magasságban:

$$\alpha(x) = \frac{\lambda}{\delta_x} = \sqrt[4]{\frac{\lambda^4\rho^2 gr}{4\eta\lambda(t_k - t_f)x}} = \sqrt[4]{\frac{\lambda^3\rho^2 gr}{4\eta\Delta tx}}$$

Az átlagos kondenzációs hőátadási tényező:

$$\alpha = \frac{1}{H}\int_0^H \alpha(x)dx = \frac{1}{H}\sqrt[4]{\frac{\lambda^3\rho^2 gr}{4\eta\Delta t}}\int_0^H x^{-\frac{1}{4}}dx = 0{,}943\sqrt[4]{\frac{\lambda^3\rho^2 gr}{\eta\Delta tH}}$$

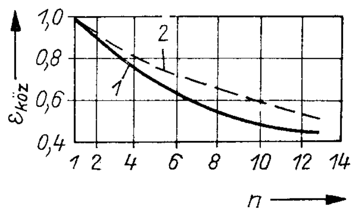
Kísérleti adatok alapján műveleti számításoknál a következő összefüggéseket alkalmazzák: függőleges cső esetén

$$\alpha = 1{,}15 \cdot \sqrt[4]{\frac{\lambda^3 \rho^2 g r}{\eta \Delta t H}} \quad , \frac{W}{m^2 K}$$

vízszintes cső esetén

$$\alpha = 0{,}72 \cdot \sqrt[4]{\frac{\lambda^3 \rho^2 g r}{\eta \Delta t\, d}} \quad , \frac{W}{m^2 K}$$

Az összefüggésekben az anyagjellemzők a kondenzátum-film közepes hőmérsékletén szerepelnek.



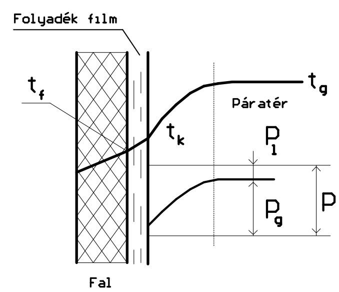
Vízszintes csőköteg esetén négyzetes elrendezés esetén az 1, hatszöges esetben a 2 jelű görbéből leolvasható értékkel módosítani kell az értékét

$$\alpha_{köz} = \varepsilon_{köz} \alpha$$

A kondenzációs hőátadási tényezőt befolyásoló néhány hatás:

gőzsebesség iránya – **lefelé vékonyít**; **felfelé vastagít, leszakít**

a gőz inertgáz tartalma



Az ábrán látható, hogy a p gőztéri nyomás a parciális gőznyomás p_g és a levegő (inert) parciális nyomásának p_l-nek összege. A kondenzfilm mellett kialakuló inert párna hatására a kondenzfilm t_k hőmérséklete kisebb a páratéri t_g hőmérsékletnél.

Üzemi berendezéseknél ezért fontos az inertgáz mentesítés.