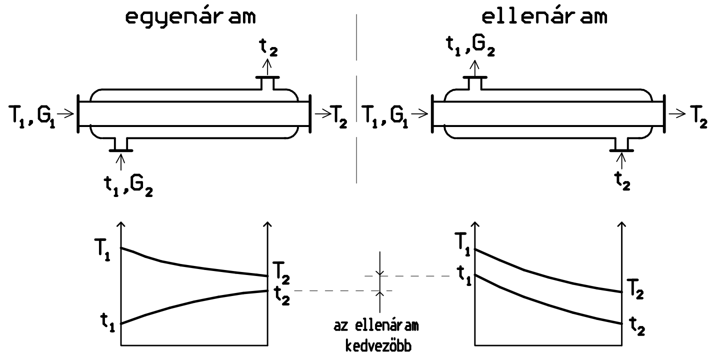
Hőcserélők alapegyenlete

(írta : Ortutay Miklós)

1. Hőátviteli tényező
2. Közepes hőmérséklet különbség (egyenáram)
3. Hőátvitel csőoldalon kétjáratú, köpenyoldalon egyjáratú hőcserélőnél



1. Hőátviteli tényező

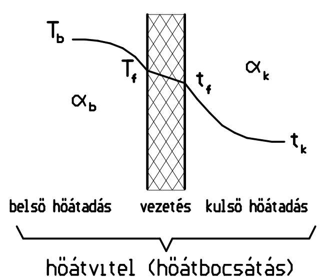
Állandósult állapotban a cső külső és belső felületén hőátadással, a csövön keresztül hővezetéssel történő energiatranszport révén azonos a hőáram.

A hőátviteli (hőátbocsátási) tényező bevezetésével a hőátvitel a teljes hajtóerőre vonatkozóan kifejezhető

$$k\left(T_b - t_k\right).$$

A külső és belső felületet azonosnak tekintve, egy egyrétegű síkfal hőátvitelét vizsgálva a hőáram azonossága a részfolyamatoknál és a teljes folyamat esetén:

$$q = \alpha_b\left(T_b - T_f\right) = \frac{\lambda}{s}\left(T_f - t_f\right) = \alpha_k\left(t_f - t_k\right) = k\left(T_b - t_k\right)$$



A hőmérséklet különbségek a részfolyamatoknál:

$$T_b - T_f = q/\alpha_b$$

$$T_f - t_f = qs/\lambda$$

$$t_f - t_k = q/\alpha_k$$

$$T_b - t_k = q\left(\frac{1}{\alpha_b} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_k}\right)$$

A hőátvitelből:

$$T_b - t_k = \frac{q}{k}$$

A hőátviteli tényező:

$$k = \frac{1}{1/\alpha_b + s/\lambda + 1/\alpha_k}$$

Cső esetén a külső és belső felület nagysága eltérő. Állandósult állapotra vonatkozóan a következő összefüggés írható fel:

$$Q = \alpha_b A_b (T_b - T_f) = \frac{\lambda}{s} A_x (T_f - t_f) = \alpha_k A_k (t_f - t_k) = kA(T_b - t_k)$$

Ahonnan a hőátviteli tényező:

$$\frac{1}{kA} = \frac{1}{\alpha_b A_b} + \frac{s}{\lambda A_x} + \frac{1}{\alpha_k A_k}$$

A cső közepes felületéhez tartozó sugár vastagfalú csöveknél a külső és belső sugár logaritmikus közepe. Normál csövek estén a számtani közép.

$$r_x = \frac{r_k - r_b}{\ln \frac{r_k}{r_b}} \approx \frac{r_k + r_b}{2}$$

<u>2. Közepes hőmérséklet különbség</u> (egyenáram)

Ha a hőcserélő tökéletesen szigetelt

$$Q = G_1 c_1 (T_1 - T_2) = G_2 c_2 (t_2 - t_1)$$

$$Q = W_1 (T_1 - T_2) = W_2 (t_2 - t_1)$$

$$m = \frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2} = \frac{T_1 - T_2}{Q} + \frac{t_2 - t_1}{Q} = \frac{(T_1 - t_1) - (T_2 - t_2)}{Q} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{Q} \qquad (1)$$

A hőátvitel folyamán a cső belső és külső felülete mentén lévő anyag jellemző hőmérséklete a különböző pontokban eltérő lehet. Az ábrán a T-t hajtóerő állandóan változik.

Egy elemi felületen átadásra került energia következtében a felület két oldalán bekövetkezett energiaváltozás megegyezik:

$$dQ = -W_1 dT = W_2 dt$$

$$m = \frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2} = -\frac{dT}{dQ} + \frac{dt}{dQ} = -\frac{d(T-t)}{dQ} = -\frac{d\Delta T}{dQ}$$

Innen:

$$dQm = -d\Delta T \qquad (2)$$

A hőátvitellel elemi felületen átadott energia:

$$dQ = k\, dF\, (T - t) = k\, dF\, \Delta T \qquad (3)$$

A (2) és (3) összefüggésből

$$-d\,\Delta T = k\, dF\, m\, \Delta T$$

$$-\frac{d\Delta T}{m\Delta T} = k\, dF \qquad -\int_{T_1}^{T_2} K = \int_0^F K$$

k és m állandóságát feltételezve, baloldalon határt cserélve

$$\frac{\ln\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}}{m} = kF$$

Figyelembe véve (1)-gyet, rendezés után

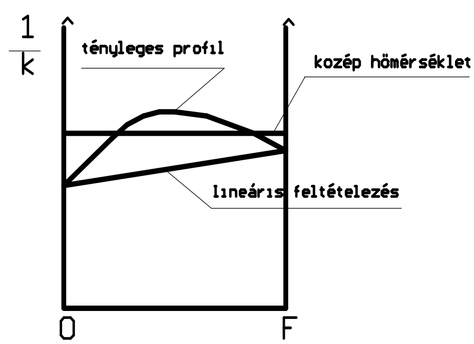
$$Q = k\,F\frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}}$$

A $\quad \dfrac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}}$

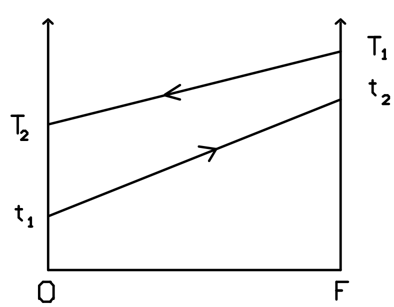
kifejezéssel számítható a közepes hőmérséklet-különbség.
Ellenáram esetén hasonló levezetéssel ugyancsak ez az összefüggés adódik. Ez az összefüggés alkalmazható akkor is, ha a hőcserélő egyik oldalán fázisváltozás miatt a hőmérséklet állandó.
Colburn szerint pontosabb eredmény nyerhető a hőmérsékletkülönbség és a hőátviteli tényező együttes figyelembevételével.

$$Q = F\frac{k_1\Delta T_1 - k_2\Delta T_2}{\ln\frac{k_1\Delta T_1}{k_2\Delta T_2}}$$

Ekkor a k lineárisan változik, míg a korábban vizsgált esetben állandó volt.



Hőcserélő méretezésnél, ellenőrzésnél általában akkor változik jelentősen a k érték, ha a hőmérsékletváltozás hatására az anyagjellemző változások miatt a Reynolds szám, Nusselt szám megváltozása miatt a hőátadási tényező(-k) változása jelentős.
A különböző hőmérsékletkülönbségekből képezhető két fizikai tartalommal rendelkező hányados.



Az ábrán látható ellenáramú hőcserélő hőmérséklet lefutási görbék a felületet növelésével módosulnának, a két végpontban a hőmérsékletkülönbségek csökkennének. Elvileg végtelen nagy felület esetén a kisebb (T_1 - t_2) hőmérsékletkülönbség 0-vá válhatna. Ezt figyelembe véve a hőátvitel hatásossága kifejezhető a tényleges és az elméletileg átvihető energiák hányadosaként:

$$E = \frac{(t_2 - t_1)G_2c_2}{(T_1 - t_1)G_2c_2} = \frac{t_2 - t_1}{T_1 - t_1} \qquad (1)$$

Az un. vízértékek hányadosára az energiamérlegből:

$$Q = G_1c_1(T_1 - T_2) = G_2c_2(t_2 - t_1)$$

$$R = \frac{G_2c_2}{G_1c_1} = \frac{W_2}{W_1} = \frac{T_1 - T_2}{t_2 - t_1} \qquad (2)$$

Az átvitt energia a hőcserélők alapegyenletéből:

$$Q = kF\Delta t_{köz}$$

$$\frac{kF}{W_2} = \frac{t_2 - t_1}{\Delta t_{kšz}} = \frac{t_2 - t_1}{\dfrac{(T_1 - t_2) - (T_2 - t_1)}{\ln\dfrac{T_1 - t_2}{T_2 - t_1}}} \qquad (3)$$

Egy elemi felületre felírt energiamérlegből:

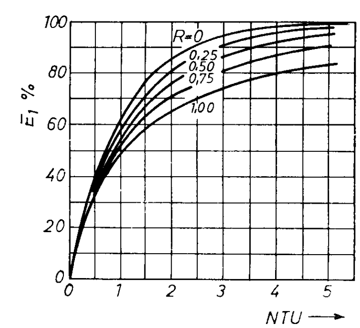
$$dQ = W_2dt = k\,dF\,(T - t)$$

$$\frac{kF}{W_2} = \int_{t_1}^{t_2} \frac{dt}{T - t} = NTU$$

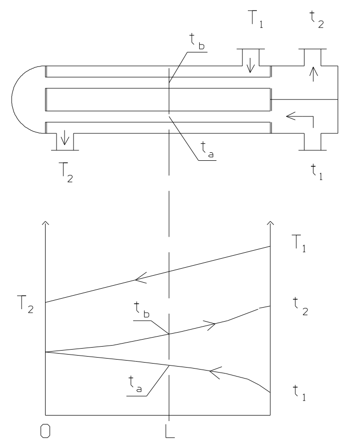
Az NTU, az átviteli egységek száma (number of transfer units).
A (3) összefüggés az (1) és (2) figyelembevételével átalakítások után:

$$\frac{kF}{W_2} = \frac{\ln\dfrac{1 - E}{1 - ER}}{R - 1}$$

, azaz az átviteli egységek száma közvetlenül meghatározható E és R ismeretében.



3. Hőátvitel csőoldalon kétjáratú, köpenyoldalon egyjáratú hőcserélőnél



A köpenytérben mozgó folyadékkal a csőtér egyik felében egyen-, míg a másik felében ellenáramban halad a csőtérben felmelegedő folyadék.
A hőátvitellel átvitt energia a csőtérben lévő folyadék hőmérsékletét növeli:

$$dQ_a = \frac{kdF}{2}\left(T - t_a\right) = -W_2 dt_a$$

$$dQ_b = \frac{kdF}{2}\left(T - t_b\right) = W_2 dt_b$$

A köpenytérben a két csőtérbe érkező energia miatt bekövetkezett változás:

$$dQ = kdF\left(T - \frac{t_a + t_b}{2}\right) = -W_1 dT$$

Az energiamérleg L hosszúságú szakaszra:

$$W_1(T - T_2) = W_2(t_b - t_a)$$

Az első két, a csőterekre felírt egyenletekből:

$$\frac{dt_b}{dt_a} = -\frac{T - t_b}{T - t_a}$$

Magle, Bowman, Muller levezetése szerint:

$$\frac{kF}{W_2} = \frac{1}{\sqrt{R^2+1}} \ln \frac{2 - E\left(R + 1 - \sqrt{R^2+1}\right)}{2 - E\left(R + 1 + \sqrt{R^2+1}\right)} = \frac{t_2 - t_1}{\Delta t_{kšz}}$$

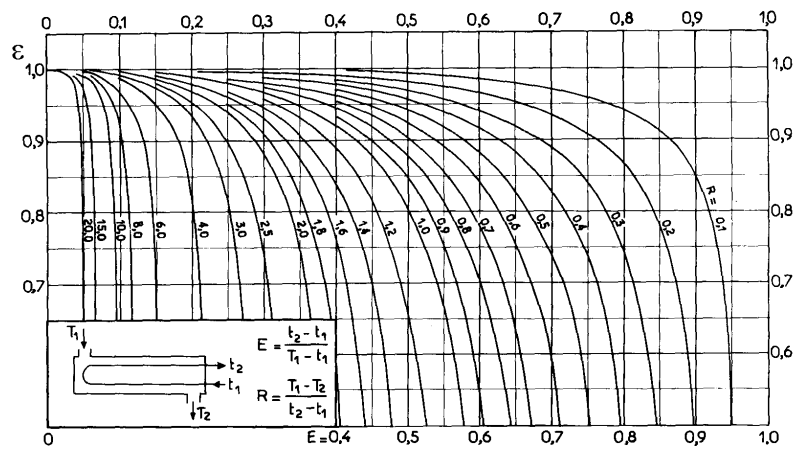
Figyelembe véve az ellenáramú hőcserélőre levezetett kifejezést, a hőcserélőben átvitt energia:

$$Q = k\,F\,\varepsilon\,\Delta t_{kšz}$$

ahol

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{R^2+1}\,\ln\dfrac{1-E}{1-ER}}{(R-1)\ln\dfrac{2 - E\left(R + 1 - \sqrt{R^2+1}\right)}{2 - E\left(R + 1 + \sqrt{R^2+1}\right)}}$$

Bár a csőoldali járatszám növekedésével a függvény változik, számítógépes programok esetén a kézi értékbevitel elkerülésére gyakran e függvénnyel számolnak.



[Vissza]