Hővezetés

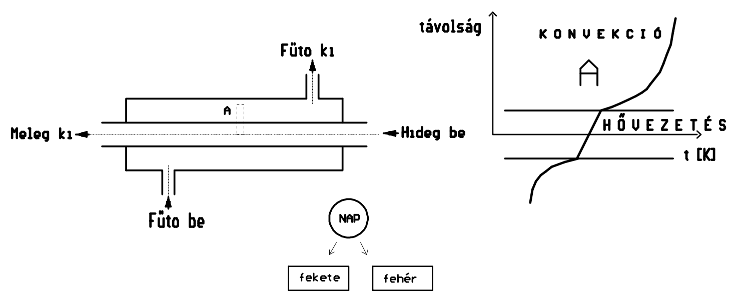
(írta:Dr Ortutay Miklós)

1. Hőátviteli módok:
2. Alapfogalmak
3. Feladatok
4. Hőátadás és konvekció

Hőátvitel, energiatranszport hajtóerő (hőmérséklet különbség) hatására.

1. Hőátviteli módok:

- vezetéses hőátvitel, hővezetés (elemi részecskék hőmozgása, csak szilárd fázisban zavartalan(?) gáz és folyadék fázis esetén konvekció van)
- konvekciós hőátvitel (makroszkopikus részcskék áramlanak, a térben helyüket változtatják, az áramló közeg és a határoló fal közötti hőátmenet a hőátadás)
- sugárzásos hőátvitel (energiatranszport a molekulák, atomok rezgése következtében kibocsátott elektromágneses sugárzással. Egy test energiatartalmának egy része sugárzó energiává alakulva egy másik testbe ütközve részben(?) hőenergiává alakul vissza)



2. Alapfogalmak

Hőmérsékletmező: Egy tér ill. térrész minden pontjához hőmérséklet rendelhető. A hőmérséklet-eloszlás ha függ az időtől (instacionárius)

$$t = f(x, y, z, \tau),$$

ha időben állandósult (stacionárius)

$$t = f(x, y, z)$$

függvénnyel írható le.

Az azonos hőmérsékletű pontokat összekötő felület az izoterma. Az izotermák nem metszik egymást.

Hőmérséklet gradiens a maximális hőmérséklet növekedést mutatja az eloszlás függvény normális irányában:

$$\frac{\partial t}{\partial n} = \text{grad } t$$

Hőáram (időegység alatt áramló energia), mértékegysége: J/s, W, (régebben) kcal/s.

Fajlagos hőáram, hőáramsűrüség (felület egységen áthaladó energia) mértékegysége: W/m^2, $J/(m^2s)$, $kcal/(m^2s)$

Hővezetés tapasztalati egyenlete (Fourier I)

Ha egy fal vastagsága állandó, anyaga homogén és olyan méretű, hogy a vizsgált felületen (F) a hőáramlás csak a falra merőlegesen mehet végbe, akkor állandósult állapotban az átáramló hőmennyiség arányos a hőmérséklet gradienssel.

$$dQ = -\lambda F \frac{dt}{dx} d\tau$$

ahol

Q az áthaladt hőmennyiség [Ws],

λ a hővezető-képesség [W/(mK), J/(msK)],

dt/dx az x irányú a hőmérsékletesés [K/m],

F a keresztmetszet [m^2].

Stacioner esetben ($dQ/d\tau = Q/\tau$) a hőáramsűrüség jellemző mennyiség:

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx}, \qquad [W/m^2]$$

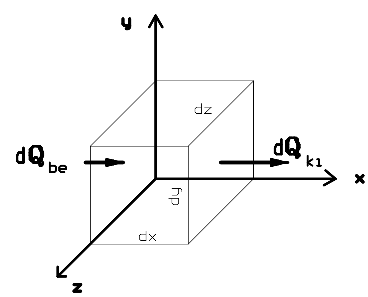
Néhány szerkezeti anyag hővezető képessége:

Anyag	λ W/(Km)	Anyag	λ W/(Km)
réz	395	sárgaréz	55-160
acél (ferrites)	30-60	acél (ausztenites)	13-17
titán	22	tégla	1,2
üveg	0,7-1,1	polipropilén	0,23
PVC	0,17	farostlemez	0,07-0,14

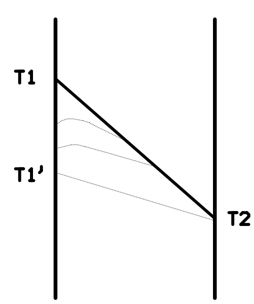
Hővezetés differenciálegyenlete (Fourier II), időben változó hővezetés (nincs állandósult állapot).

Feltételezés az anyag homogén, izotrop.

Az elemi térfogatú zárt térbe érkező és távozó energiák legyenek csak x irányúak.



Egy falban stacioner esetben a hőmérséklet-változás lineáris. Ha fal egyik oldalán hőmérséklet megváltozik, akkor a falban a hőmérséklet-eloszlás mindaddig változik, míg elegendő idő után az új stacioner állapot ki nem alakul.



Energiamérleg:

Belépő:

$$dQ_{bevx} = -\lambda\, dydz \frac{\partial t}{\partial x} d\tau$$

Kilépő (a hőmérséklet-gradiens helyileg és időben változik)

$$dQ_{kivx} = -\lambda dydz \frac{\partial t}{\partial x} d\tau - \lambda dydz \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right) dxd\tau$$

A vizsgált térben a be- és kilépő energia különbsége marad:

$$dQ_{\text{tŽr}} = dxdydz\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau$$

$$dQ_{bevx} - dQ_{kivx} = \lambda dydz \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right) dxd\tau = dxdydz\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau$$

$$\lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \rho\, c \left(\frac{\partial t}{\partial \tau}\right)_x$$

Három irányú vezetés esetén a vizsgált térben maradó energia:

$$dQ_{bev} - dQ_{kiv} = \lambda dxdydz \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) d\tau$$

a térben a változatlan formában felírható hőmennyiség változáshoz vezet, azaz:

$$dQ_{\text{tŽr}} = dQ_{bev} - dQ_{kiv} = dxdydz\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau$$

A két egyenletből:

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) = \rho\, c \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

Figyelembe véve, hogy

$$a = \frac{\lambda}{\rho c},$$

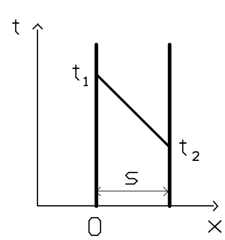
az általános differenciálegyenlet:

$$a \nabla^2 t = \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

Az "a" hőmérséklet-vezetési tényező a hőmérséklet változás sebességével arányos. Egy hőmérséklet ugrást követő hőmérséklet kiegyenlítődési folyamat így nagy vezetőképességű és kis fajhőjű anyag estén gyors.

3. Feladatok:

Stacioner hőátadás síkfal esetén:



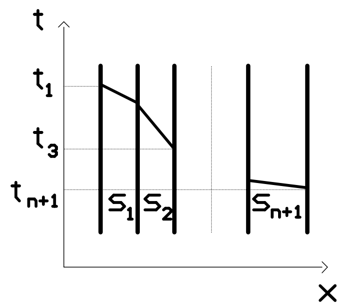
$$Q = -\lambda F \frac{dt}{dx} \tau$$

$$-\int_{t1}^{t2} dt = t_1 - t_2 = \int_0^s \frac{Q}{\lambda F \tau} dx$$

$$Q = \frac{\lambda}{s} F(t_1 - t_2)\tau = \frac{\lambda}{s} F\Delta t\tau$$

Többrétegű fal esetén állandósult esetben:

Minden rétegen ugyanannyi energia halad át, a hőáram állandó.



$$q = \frac{\lambda_1}{s_1}(t_1 - t_2) \rightarrow t_1 - t_2 = q\frac{s_1}{\lambda_1}$$

$$q = \frac{\lambda_2}{s_2}(t_2 - t_3) \rightarrow t_2 - t_3 = q\frac{s_2}{\lambda_2}$$

$$q = \frac{\lambda_n}{s_n}(t_n - t_{n+1}) \rightarrow t_n - t_{n+1} = q\frac{s_n}{\lambda_n}$$

$$\sum t_1 - t_{n+1} = q\left(\frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + K + \frac{s_n}{\lambda_n}\right)$$

$$q = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{s_i}{\lambda_i}}$$

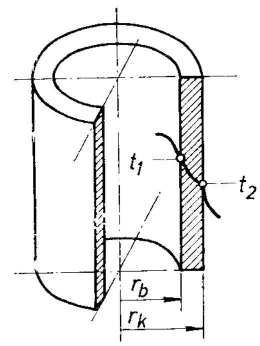
$$Q = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{s_i}{\lambda_i}} F\tau$$

Lerakódás, rozsda, vízkő stb. <u>hőellenállás</u>

$$r = \frac{s}{\lambda}$$

felvétele végső állapotra.

Hengeres fal (csövek)



$$Q = -\lambda F \frac{dt}{dx} \tau$$

$$-\int_{t_1}^{t_2} dt = t_1 - t_2 = \Delta t = \int_{r_b}^{r_k} \frac{Q}{\tau \lambda F} dx$$

$$\Delta t = \frac{Q}{2\pi L \tau \lambda} \int_{r_b}^{r_k} \frac{dx}{x}$$

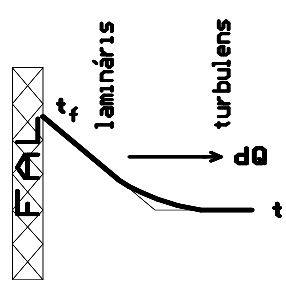
Egy réteg:

$$Q = \frac{2\pi L (t_1 - t_2)}{\frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_k}{r_b}} \tau$$

Több réteg:

$$Q = \frac{2\pi L (t_1 - t_{n+1})}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{r_i}{r_{i+1}}} \tau$$

4. Hőátadás és konvekció



Egy fal hőmérséklete t_f, a fal mellett áramló közeg átlagos hőmérséklete az adott keresztmetszetben t. A faltól az áramló közeg hőmérséklete monoton változik. A fal mellett, a lamináris határrétegben a hőmérsékletváltozás nagyobb mint a közeg belsejében, ahol az áramlási turbulencia miatt a hőmérséklet gyorsabban kiegyenlítődik. A lamináris határrétegben hővezetés van.

Az elemi felületen átmenő hőmennyiség Newton tapasztalati törvényével írható fel:

$$dQ = \alpha\, dF (t_f - t) d\tau$$

Az α arányossági tényezőt hőátadási tényezőnek nevezik. Értéke a hőátadó felület (pld. hőcserélő cső) és az azt körül (belül) vevő közeg közötti hőátadás intenzitását fejezi ki.

Elképzelhető egy olyan határréteg vastagság, amelyben a teljes *(t_f - t)* hőmérséklet változás létrejön.

$$\frac{\lambda}{x} = \alpha$$

Az összefüggésben λ az áramló közeg hővezetési tényezője.

Együttes hővezetés és konvekció differenciálegyenlete (Fourier-Kirchhoff)

A hővezetésre vonatkozó egyenlet a konvekciót figyelembe vevő résszel bővül.

x irányba konvekcióval (anyag áramlik a térbe) érkező energia:

$$Q_{bekx} = w_x \, dy \, dz \, c \, \rho \, t \, d\tau$$

A dx távolság után a távozó:

$$Q_{kikx} = Q_{bekx} + dy \, dz \frac{\partial (c \, \rho \, w_x \, t)}{\partial x} dx \, d\tau$$

A vizsgált térben bekövetkező változás állandónak tekinthető fajhő (*c)* esetén:

$$Q_{bekx} - Q_{kikx} = - dx \, dy \, dz \, c \frac{\partial(\rho w_x t)}{\partial x} d\tau, \qquad \text{ha } \rho = \text{állandó}$$

$$\frac{\partial(\rho w_x t)}{\partial x} d\tau = t\rho \frac{\partial w_x}{\partial x} + \rho \, w_x \frac{\partial t}{\partial x}$$

Mindhárom irány esetén:

$$t \, \rho \left(\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) + \rho \left(w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} \right)$$

Feltételezve, hogy forrás ill. nyelő a térben nincs (div w=0) konvektiv áramlás következtében a vizsgált térben maradó energia:

$$Q_{bek} - Q_{kik} = - dx \, dy \, dz \, c \, \rho \left(w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} \right) d\tau$$

Összevonva a vezetéses taggal, egyszerűsítve:

$$a\nabla^2 t = \frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\partial t}{\partial \tau} + w\nabla t$$