Hol tartunk a mérési bizonytalanság alkalmazásában?

Bánkuti László

Örökzöld téma?

A mérési bizonytalanság témájával kapcsolatos közlemények terjedelme már kötetnyi. Szép számmal akadnak közöttük elméleti jellegű monográfiák, segédletek, módszertani útmutatók. A téma nem egyszer kerül éles viták középpontjába. A mérési bizonytalanság fogalmának értelmezése megosztja a metrológia művelőinek táborát.

Ez a tény önmagában véve nem lenne túlságosan nyugtalanító, hiszen a tudománytörténetben nem elszigetelt jelenség, hogy egy új nézet befogadása és elterjedése nehézségekkel jár. A gondot az okozza, hogy a mérési bizonytalanság fogalmának többféle értelmezése alakult ki. Ezek az eltérő értelmezések gyorsan elterjednek, és a szakmai gondolkodásban keverednek, összekuszálódnak a régi és az új felfogás elemei.

A hazai kalibrálólaboratóriumok akkreditálása kapcsán jó néhány értelmezési problémára derült fény. Mód nyílt a közvetlen eszmecserére az akkreditálók és a laboratóriumban dolgozó mérnökök és technikusok között. Ez a cikk az ilyen beszélgetésekből szerzett tapasztalatok alapján vet fel néhány olyan kérdést, ami több laboratórium számára is érdekes lehet. Olyan olvasókat céloz meg, akik nem az itt következőkből ismerik meg a metrológia idevonatkozó alapfogalmait, és akik maguk is találkoztak a gyakorlati alkalmazás problémáival.

Mi a problémák gyökere?

Ha egy újszerű elméleti megközelítés két évtized alatt sem tud általánosan elfogadottá és gyakorlattá válni, akkor jogos a kérdés, mi ennek az oka. Vegyünk sorra néhány lehetséges okot!

A mérést végző személy - nevezzük metrológusnak - a mérést igyekszik önmagától teljes mértékben függetlenül végezni, vagyis arra törekszik, hogy a mérés eredménye minden szubjektív befolyástól mentes legyen. Emellett természetesen igyekszik a mérés tárgyi feltételeit a mérés céljának (az eredmény fontosságának) megfelelően biztosítani, és ennek érdekében előírt határfeltételek között tartani a mérés eredményét kedvezőtlenül befolyásoló körülményeket. A mérés elvégzésével szemben támasztott elvi jelentőségű igény az objektivitás. A mérési bizonytalanság kiszámításához ajánlott módszerek és eljárások azonban elkerülhetetlenül magukba foglalják egyes tényezők szubjektív értékelését, és ez nem ritkán elbizonytalanítja magát a metrológust is.

A metrológia elméleti tanításainak jelentős részét más tudományágakra, elsősorban a valószínűségelméletre, azon belül a matematikai statisztikára, újabban az információelméletre alapozza. Az ilyen befogadásnál mindig felmerül a kérdés, mi az, ami átvehető, és milyen közelítések árán. Más megfogalmazásban: arról van szó, hogy az adaptálás jogosságát az alaptudományok szakértői mindig kétségbe vonhatják.

A mérési bizonytalanság fogalmát csak úgy lehet(ett) bevezetni, ha cserébe a metrológusok feláldozzák vagy legalább is kiiktatják gondolkodásukból a valódi érték fogalmát. A valódi érték és a valódi értéktől való eltérés formájában meghatározott mérési hiba kiszorult a korszerű metrológiai felfogásból. A két fogalom mellőzésének indokolása az, hogy a metrológia a "mérések tudománya", a mennyiség valódi értékét méréssel nem lehet pontosan meghatározni, következésképpen a valódi érték fogalmának a metrológiában nincs helye. Ezt a felfogást viszont nehezen tudják elfogadni azok a metrológusok, akik méréseik eredményét évtizedeken keresztül a véletlen hiba és a rendszeres hiba megadásával értékelték.

A teljesség igénye nélkül említsünk meg még egy okot. A ma legteljesebbnek tekinthető útmutató jellegű anyag **[1]** nem vázolja fel egyes ajánlásainak elméleti hátterét. Még a mérési bizonytalanság fogalom meghatározásának az értelmezésével is adós marad. Ennek oka nem valamiféle indokolatlan nagyvonalúság, és nem is az elméleti háttér hiánya, hanem az, hogy az elvi alapok bemutatása egy sokak számára újfajta matematikai eszköztár alkalmazását igényelné, és nagy valószínűséggel még inkább kétségessé tenné az új felfogás elfogadását.

Pedig...

Pedig az "új", immár több mint két évtizedes felfogás megalapozóinak törekvése elismerésre méltó. A mérési bizonytalanság bevezetésével lehetővé vált, hogy a mérési eredmény minőségét a metrológus egyetlen számszerű adattal, az úgynevezett *kiterjesztett mérési bizonytalansággal* jellemezze. A kiterjesztett mérési bizonytalanság meghatározására ajánlott módszernek a következő lényeges tulajdonságai vannak:

a) a mérési bizonytalanság kiszámításához az adott mérésből és külső forrásból származó mindenféle *ellenőrzött* információ felhasználható;

b) a rendelkezésre álló adott információ alapján adott esetben bárki, aki kiszámítja a mérési bizonytalanságot, ugyanarra az eredményre jut;

c) a számítási módszerek nem igényelnek bonyolult eljárásokat, sőt általában a matematikai statisztikából ismert összefüggéseket alkalmazzák;

d) a mérési bizonytalanság kiszámításának eredménye, azaz "kimenete" a következő mérés mérési bizonytalanság számításának egyik kiindulási adata, azaz "bemenete" lehet;

e) a kiterjesztési tényezőt a metrológus - ha nincs más szabályozás vagy korlátozás - szabadon választhatja meg.

Az a) és b) tulajdonság önmagában elegendő a *mérések egységességének* a biztosításához. A laboratóriumok között végzett összehasonlító mérések alkalmával ezért írják elő a programban résztvevők számára a mérési bizonytalanság meghatározásának a módját.

A c) tulajdonság kapcsán felmerülhet a kérdés, hogy amennyiben ismert összefüggésekkel, képletekkel lehet számolni, akkor mi okoz mégis nehézséget. A válasz: egyrészről az, hogy az összefüggések szigorú értelemben véve közelítő jellegűek; másrészről a különböző forrásból származó információt, vagyis a bizonytalanság-összetevőket az úgynevezett *standard mérési bizonytalanságok*[1] alakjában uniformizálni kell. A standardizálásra vagy uniformizálásra azért van szükség, mert a varianciák[2] a *variancia-terjedés törvénye* szerint összegezhetők, a tartományok formájában kifejezett bizonytalanságokat viszont nem lehet összegezni. Ha a bizonytalanság-összetevők például konfidencia-intervallumokként lennének megadva, akkor nem lehetne azokat összegezni, és a mérési bizonytalanság sem lenne egyetlen számadat formájában megadható.

A közelítő jelleg egy példája a *bizonytalanságterjedés szabálya*, ami a hibaterjedés törvényével való formai hasonlóságra alapozott közelítés, de csak akkor ad elfogadható eredményt, ha a *mérési modell* korrekt, a *kiértékelési*

---

[1] A standard mérési bizonytalanság a tapasztalati szórás formájában kifejezett mérési bizonytalanság.

[2] Egy valószínűségi változó varianciája a várható értékétől való eltérése négyzetének a várható értéke. A variancia becslése (vagy varianciabecslés) a tapasztalati szórás négyzetével becsülhető. A várható érték meghatározása a cikk szövegében olvasható.

modell linearizálható, és a mérés folyamán az adatokban jelentős drift nem lép fel.

A d) tulajdonság jelentőségére később visszatérünk.

Az e) tulajdonságot a metrológusok egy része megengedhetetlen szubjektív beavatkozásnak tekinti, de valójában ez csak a mérést végző laboratórium vagy személy védelmét szolgáló lehetőség. A szabad választást korlátozhatja például a szabványban rögzített normatíva. A tudományos kutatásban a kiterjesztési tényező értéke többnyire 1, a szabványokban általában 2, kivételes esetekben pedig, amikor az eredmény megbízhatósága létfontosságú, 3 vagy még nagyobb is lehet.

Egy kis valószínûségszámítás

Azonos feltételek mellett ismételten elvégzett mérés eredményei adott eloszlású valószínűségi változók. Egy X diszkrét valószínűségi változó μ várható értéke a lehetséges x_i értékek és az azokhoz tartozó p_i valószínűségek szorzatainak összege. Jelölje a várható értéket a $< >$ zárójelezés. Ezzel a jelöléssel

$$\langle X \rangle = \mu = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i.$$

Legyen x és y két független valószínűségi változó, legyenek **a**, **b** és **c** állandók. A várható érték néhány tulajdonságát a következő összefüggések szemléltetik:

$$\langle x+y \rangle = \langle x \rangle + \langle y \rangle$$

$$\langle ax+b \rangle = a\langle x \rangle + b$$

$$\langle xy \rangle = \langle x \rangle\langle y \rangle$$

Fontos! A szorzat várható értékére vonatkozó összefüggés csak akkor érvényes, ha x és y függetlenek.

Az x valószínűségi változó varianciája:

$$\sigma^2_x = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$$

Az = x + y valószínűségi változó varianciája:

$$\sigma^2(z) = \sigma^2(x+y) = \langle z^2\rangle - \langle z\rangle^2 = \langle (x+y)^2\rangle - \langle (x+y)\rangle^2 =$$
$$= \langle (x^2 + 2xy + y^2)\rangle - (\langle x\rangle + \langle y\rangle)^2 =$$
$$= \langle x^2\rangle + 2\langle xy\rangle + \langle y^2\rangle - \langle x\rangle^2 - 2\langle x\rangle\langle y\rangle - \langle y\rangle^2 =$$
$$= \langle x^2\rangle - \langle x\rangle^2 + \langle y^2\rangle - \langle y\rangle^2 + 2(\langle xy\rangle - \langle x\rangle\langle y\rangle) = \sigma^2(x) + \sigma^2(y) + 2\,\mathrm{cov}(x,y)$$

Itt $\mathrm{cov}(x.y) = (\langle xy\rangle - \langle x\rangle\langle y\rangle)$ az úgynevezett kovariancia, ami csak akkor egyenlő zérussal, ha x és y függetlenek.

Ennek a rövid számításnak fontos általánosítható eredménye az, hogy a független valószínűségi változók összegének varianciája a varianciák összege. Ennek a tételnek az alapján tudjuk majd felírni a *hibaterjedés törvényét*.

A laboratóriumból nézve...

Ha foglalkozni kívánunk azzal, hogy a laboratóriumból nézve hogyan értékelhetők az eddig elmondottak, akkor előbb röviden ki kell térnünk a metrológia egy másik középponti fogalmára, a *visszavezethetőségre.* Minden laboratóriumnak, amelyben méréseket végeznek, méréseinek eredményét vissza kell vezetnie valamilyen referenciára, azaz vonatkoztatási értékre. Ezt a vonatkoztatási értéket általában a mérés tárgyát képező mennyiség *etalonja* valósítja meg. [**2**].

Az etalon fogalmát most a lehető legtágabban értelmezzük. Az állampolgár a karóráját a rádió vagy a televízió segítségével közvetített pontos időjelzés alapján állítja be, és ekkor a pontos időjelzés az etalon. A pontos időjelzést szolgáltató intézmény közvetett vagy közvetlen módon a nemzeti etalonként elfogadott céziumórára vezeti vissza saját időmérésének eredményét. Egyes mennyiségek esetében a visszavezetés láncolata ennél lényegesen hosszabb is lehet: a visszavezetés a pontosságuk alapján hierarchikus struktúrába rendezett etalonok sorozatából áll.

Elvileg *minden mérés eredményét* vissza kell vezetni valamilyen pontosabb etalonra, de ez nem minden esetben annak a feladata, aki a mérést elvégzi. Ha a méréshez hitelesítési vagy kalibrálási bizonyítvánnyal ellátott mérőeszközt alkalmaznak, akkor a visszavezethetőség (vagy visszavezetettség) a bizonyítványban megadott bizonytalanságon belül garantált.

A laboratóriumokban a mérési bizonytalansággal kapcsolatos problémák akkor kezdődnek, amikor a laboratóriumnak értelmeznie és értékelnie kell a mérőeszköze hitelesítéséről vagy kalibrálásáról kiadott bizonyítványt. A kalibrálólaboratórium részéről az a helyes magatartás, ha a bizonyítványban a mérőeszköz rendszeres hibájára vonatkozó korrekciókat és a kalibrálás bizonytalanságát közli. A legegyszerűbb esetben a kalibrálás bizonytalansága egyetlen számadat, ami kiegészülhet a bizonytalanság eloszlására vonatkozó információval. A *kiterjesztési tényező* értékét meg kell adni.

A kalibrálólaboratórium hibát követ el, ha megkíséreli megjósolni az általa kalibrált mérőeszköz használatakor fellépő mérési bizonytalanságot. Ugyanígy hibázik a mérőeszköz használója is, ha azt gondolja, hogy a kalibrálási bizonytalanság alapján teljes értékű következtetést lehet levonnia a használat során fellépő mérési bizonytalanságról. Bármilyen hihetetlennek tűnik is, ez a fajta tévedés mind a kalibrálólaboratóriumoknál, mind ügyfeleiknél meglehetősen gyakori.

Most térjünk vissza a mérési bizonytalanság d) tulajdonságára, amely szerint "a kiszámított mérési bizonytalanság "kimenete" egy következő mérés mérési bizonytalanságának "bemenete" lehet". A kalibrálási bizonyítványban megadott kalibrálási bizonytalanság a kalibrált mérőeszközzel végzett mérés bizonytalanságának *egyik* összetevője lesz, ha azt a kiterjesztési tényezővel *elosztva* mint standard bizonytalanságot visszük be az úgynevezett kiértékelési modellbe.

A mérési modell

A mérőeszköz használójának a mérés előtt kötelező tennivalói vannak. Először meg kell választania a mérési feladathoz rendelkezésre álló, alkalmas mérőeszközt, és a mérendő mennyiség becsült értékétől függően be kell állítania a mérőeszközt a szabályozószervekkel, ha vannak ilyenek. Ilyen például a mérési tartomány kiválasztó, villamos mérések esetén az áramnem kapcsoló, az értékmutató szerkezetet terheletlen állapotban nullára beállító szabályozószerv, és így tovább. Ha a beállítás megtörtént, akkor következnek bizonyos metrológiai megfontolások.

Mindenekelőtt meg kell határozni a mérési modellt[3]. A modell vázát a mérendő mennyiség (ez a *kimenő* mennyiség) vagy annak közvetett mérése esetén a mérendő mennyiséget meghatározó fizikai egyenlet képezi. Mivel a *közvetett mérés* fogalmát a szakszótárak már nem tartalmazzák, tisztáznunk kell, hogy a

[3] A VIM tervzett 3. kiadása a mérési modell helyett a mérési függvény fogalmat tartalmazza. A mérési függvény a definíciója szerint olyan függvény, amely meghatározza a matematikai összefüggést egy vagy több mérendő mennyiség és a között a mennyiség vagy mennyiségek között amelyeknek az értékét az egyen mérendő mennyiségek értékének a kiszámításához méréssel vagy más módon meg kell határozni.

mérés akkor közvetett, ha nem magát a mérendő mennyiséget, hanem azzal fizikai értelemben összefüggő más mennyiségeket (ezek a *bemenő* mennyiségek) mérünk, és a keresett mérendő mennyiséget (a *kimenő* mennyiséget) ezekből a közvetlenül mért értékekből számítással határozzuk meg. Közvetett mérés például az ellenálláson eső villamos feszültség mérése, ha azt az Ohm törvény alkalmazásával az ellenállás és a rajta átfolyó villamos áram mérése útján végzik. Ugyancsak közvetett mérés egy gömb térfogatának a mérése, ha a közvetlenül mért mennyiség a gömb átmérője vagy sugara.

A mérési modell meghatározásakor nem csak a közvetlenül mért mennyiségek és bizonyos állandók (például a gömb térfogatának meghatározása esetében a π értéke) kerülhetnek be a mérési modellbe, hanem a mérés eredményét befolyásoló egyéb mennyiségek is.

Egyszerűség kedvéért tételezzük fel, hogy az Y eredmény-mennyiség két közvetlenül mért mennyiség X_1 és X_2 függvényeként adódik, és a befolyásoló mennyiségek hatása elhanyagolhatóan csekély. Ebben az esetben a mérési modell

$$Y = F(X_1,X_2)$$

ahol F a mérés modelljét meghatározó, a mennyiségek közötti fizikai összefüggést leíró függvény.

A mérési modell tehát a mennyiségeket, még pontosabban azok valódi értékét tartalmazza. A π és az egyéb állandók az abszolút pontosnak tekintett értékükkel szerepelnek a mérési modellben. Ez a modell tehát ideális, és arra jó, hogy ismeretében fel tudjuk írni a *kiértékelési modellt.*

A kiértékelési modell

A kiértékelési modell nem más, mint a mennyiségek mért értékeivel felírt mérési modell. Statisztikai értelemben a mért mennyiségek a mérendő mennyiségek becslései. Az Y eredmény-mennyiség mért értéke

$$y = F\,(x_1, x_2)$$

Áttekinthetőség kedvéért itt feltételeztük, hogy a kiértékelési modellt ugyanaz az F függvény írja le, mint a mérési modellt, de ez a feltevés nem minden esetben helytálló.

A kiértékelési modellből kiindulva felírhatjuk a mérendő mennyiség értékének Δy hibáját. Ha feltételezhető, hogy a közvetlenül mért mennyiségek Δx_1 és Δx_2 hibái elég kicsik, akkor

$$\Delta y \cong \lambda_1 \Delta x_1 + \lambda_2 \Delta x_2.$$

A λ_j állandók az F függvény x_j-k szerinti parciális deriváltjai az $x_j = \mu_j$ helyen, ahol a μ_j szimbólum az x_j mennyiség várható értékét jelöli. A λ_j állandókat szokták *érzékenységi együtthatóknak* is nevezni, mert azt fejezik ki, hogy a mérési eredmény hibáját milyen mértékben befolyásolják az egyes közvetlenül mért mennyiségek hibái. Ha például a konkrét mérési modell $z = x_1^2 x_2$ alakú, akkor $\lambda_1 = 2$ és $\lambda_2 = 1$.

Ahhoz, hogy a kiértékelési modellből kiindulva eljussunk a hibaterjedés törvényéhez, képeznünk kell $\Delta^2 y$ várható értékét, ami definíció szerint az y mennyiség $\sigma^2(y)$ varianciája. Ha a közvetlenül mért mennyiségek egymástól függetlenek, akkor összegük varianciája a varianciák összege:

$$\sigma^2(y) = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 \sigma^2(x_j)$$

Ezt az összefüggést az s_j^2 varianciabecslésekkel, azaz a korrigált tapasztalati szórások négyzeteivel felírva adódik a hibaterjedés törvénye:

$$s_y^2 = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 s_j^2$$

Egy példa

Az elmondottakat egy klasszikus példán szemléltetjük. Legyen a mérési feladat egy analóg értékmutatású egyenáramú voltmérő kalibrálása. A példa minden olyan mérésre vonatkozhat, ahol a mérendő mennyiség a mutató kitérésével arányos. A mérési eredmény tehát a mutató y_j kitérése. Az y_j mutatókitérés két részből áll: az **a** nullahibából és az alapjellel arányos **b**x_j tagból. A **b** állandó a voltmérő karakterisztikájának a meredeksége. Mindkét tag a mérendő mennyiség egységében van kifejezve, tehát a példában ezek feszültség értékek. Ha **a**=0 és **b**=1 lenne, akkor a mérés eredménye a feszültség pontos értékét adná, azaz $y_j = x_j$ lenne.

Ezekkel az adatokkal:

$y_j = \mathbf{a} + \mathbf{b}x_j$

ahol x_j a mutató kitérését előidéző feszültség-alapjel értéke.

Korrekciók után $\mathbf{a} = 0 \pm s_a$, $\mathbf{b} = \mathbf{1} \pm s_b$. Az s_a és s_b menyiségek a korrekciók hibái, amelyek jellegüket tekintve véletlen hibák. A mérési modell:

$$Y = F(X,\mathbf{a},\mathbf{b})$$

A kalibrálás eljárás során n-szer ismételten kitérítik a mutatót az x_j alapjellel. Ez azt jelenti, hogy a műszerskála egy adott pontján végzik el az ismételt méréseket. A kiértékelési modellben most az eredmény-mennyiség mért értéke az n számú y_j mérési eredmény számtani középértéke, azaz

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} y_j = \mathbf{a} + \frac{\mathbf{b}}{n}\sum_{j=1}^{n} x_j = F(x_j, \mathbf{a}, \mathbf{b})$$

Az x_j-k függetlenségét feltételezve a varianciabecslés:

$$s^2(\bar{y}) = \left(\frac{\partial F}{\partial \mathbf{a}} s_{\mathbf{a}}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial \mathbf{b}} s_{\mathbf{b}}\right)^2 + \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial F}{\partial x_j} s_x\right)^2$$

Példánkban

$$\frac{\partial F}{\partial \mathbf{a}} = 1, \quad \frac{\partial F}{\partial \mathbf{b}} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_j = \bar{x}, \quad \frac{\partial F}{\partial x_j} = \frac{\mathbf{b}}{n} \cong \frac{1}{n}$$

Az érzékenységi együtthatók értékének ismeretében a hibaterjedés törvénye alapján felírhatjuk a mutatókitérés kalibrálásának varianciabecslését:

$$s^2(\bar{y}) = s_a^2 + (\bar{x}s_b)^2 + \frac{1}{n}s_x^2$$

Ha a fenti összefüggésből négyzetgyököt vonunk, akkor megkapjuk a kalibrálás eredő standard bizonytalanságát. A harmadik bizonytalanság-összetevő az s_x véletlen hibát tartalmazza.”

A hibaterjedés törvénye néhány gyakran előforduló mérési modell esetén

A laboratóriumokban dolgozók nem nagyon örülnek, ha a mérési bizonytalanság kiszámításához matematikailag egzakt, de az általánosságra való törekvés miatt néha túl bonyolult összefüggéseket kell a konkrét feladatra alkalmazniuk. Ha a mérési modell nem két vagy három bemenő mennyiségre, hanem meghatározatlan n számúra van felírva, ez a tény már önmagában véve elég ahhoz, hogy az ajánlott eljárás ne legyen túl rokonszenves. A Függelékben az általános érvényű összefüggések helyett néhány konkrét esetre számítási képleteket ajánlunk.

Mérési hiba és mérési bizonytalanság

A már említett minőségügyi kézikönyvekben gyakran előforduló hiba, hogy készítőik ezt a két fogalmat nem pontosan értelmezik, vagy azonos értelmű fogalmakként használják. *A mérési hiba a mérési eredmény mínusz a mérendő mennyiség valódi értéke* [**2**]. A valódi érték méréssel pontosan nem ismerhető meg, következésképpen nem ismerhető illetve nem határozható meg a vele definiált mérési hiba sem. Az alkalmazott méréstechnika minőségétől függően azonban meg tudjuk határozni a hiba közelítő értékét. Ehhez az szükséges, hogy a konvencionális valódi érték (vagy helyes érték) - mint az etalonnak tulajdonított érték - rendelkezésünkre álljon. A mérési hiba ilyen értelemben objektíven definiálható és mérhető; mint mondani szokták, a mérési hiba a fizikai mennyiség tulajdonságaival rendelkezik. Amikor mérőeszközt kalibrálunk, akkor olyan speciális mérést végzünk, amelynél a mérendő mennyiség a kalibrálás tárgyát képező mérőeszköz rendszeres hibája.

A mérési bizonytalanság a mérést végző metrológusnak a mérési eredményre vonatkozó kétségeit fejezi ki. A metrológus tudja, hogy az elvégzett mérés eredménye nem felel meg (és nem is felelhet meg) pontosan a mérendő mennyiség valódi értékének, és ezért az általa megadott mérési eredményt egy többnyire szimmetrikus bizonytalansági tartományba foglalja bele. Ennek a tartománynak a mérete a méréskor feltételezhető bizonytalanságforrásoknak a mérési eredményre gyakorolt hatásától függ, és attól, hogy biztonsági megfontolásokból a metrológus milyen kiterjesztési tényező értéket választ. Nyilvánvaló, hogy a mérési bizonytalanság szubjektíven definiálható, és mint mondani szokták, csak annak a mérésnek van bizonytalansága, amelyikét meghatározták.

Összefoglalva:

A hazai kalibrálólaboratórium-akkreditálási eljárások során tapasztaltak meggyőzően bizonyítják, hogy a laboratóriumi gyakorlat mindeddig nem volt képes maradéktalanul elfogadni a mérési bizonytalanság fogalmát. és alkalmazni a mérési bizonytalanság kiszámításának ajánlott módszereit,. Meglepően gyakori eset, hogy az akkreditálását kérőlaboratórium minőségügyi kézikönyvét a mérési bizonytalanság kiszámítási módszerével kapcsolatos tartalmi és/vagy formai hiányosságok miatt nem lehet elfogadni, ami természetesen késlelteti az eljárás eredményes befejezését, vagy meghiúsítja az akkreditálást.

Az a tény, hogy a problémák nem csak a mi magyar viszonyaink között jelentkeznek, lehet vigasztaló, de nem segít a gondokon. Továbbra is szükség van tehát a mérési bizonytalansághoz kapcsolódó kérdések tisztázására, vállalva azt a veszélyt, hogy az írott anyag mennyisége ezzel tovább növekszik. Más-más nézőpontból, különböző előzetes ismeretszintet feltételezve, napirenden kell tartani és újra meg kell világítani a tisztázatlan kérdéseket. Ez a cikk azzal a szándékkal készült, hogy támogassa ennek a célnak az elérését.

Függelék

Továbbra is feltételezzük, hogy a konkrét példákban a modell bemenő mennyiségei függetlenek, tehát nem szükséges az adatokat a korreláltság szempontjából vizsgálni. Egyszerűség kedvéért a bemenő mennyiségek számát kettőre korlátozzuk, esetenként a *relatív varianciabecsléseket* adjuk meg, és a bemenő mennyiségek tapasztalati szórásában csak egyetlen szimbólumból álló indexet alkalmazunk. Ennek megfelelően például az x_1 és x_2 mennyiségek tapasztalati szórását s_1 illetve s_2 jelöli. A konkrét modellek némelyikéhez megjegyzéseket is fűzünk. Az **a**, **b**, **c** és **d** mennyiségek állandók.

1. példa: A mérési modell:

$$Y = \mathbf{a}X_1 \pm \mathbf{b}X_2$$

Ezzel a modellel írható le például (1) a tömegmérés kalibrált súlyokkal, ha a műveleti jel +, vagy (2) egy cső falvastagságának a mért belső és külső sugár különbségeként való meghatározása, ha a műveleti jel -, továbbá **a** = 1 és **b** = 1. A varianciabecslés:

$$s_y^2 = \mathbf{a}^2 s_1^2 + \mathbf{b}^2 s_2^2$$

Fontos megjegyezni, hogy a varianciabecslések akkor is összegződnek, ha a mérési modell különbségmérést ír le!

2. példa: A mérési modell:

$$Y = \mathbf{a}\, X_1\, X_2$$

Ezzel a modellel írható le például a téglalap alakú felület meghatározása az X_1 és X_2 élhosszúságok mérése útján. A relatív varianciabecslés:

$$\frac{s_y^2}{y^2} = \frac{s_1^2}{x_1^2} + \frac{s_2^2}{x_2^2}$$

3. példa: A mérési modell:

$$Y = a\frac{X_1}{X_2}$$

Ez az aránymérés modellje. Ismét a relatív varianciabecslést számítjuk ki:

$$\frac{s_y^2}{y^2} = \frac{s_1^2}{x_1^2} + \frac{s_1^2}{x_2^2}$$

Fontos megjegyezni, hogy a bemenő mennyiségek relatív varianciabecsléseit most is össze kell adni, éppen úgy, mint a szorzat-modell esetében.

4. példa: A mérési modell:

$$y = x^2$$

A legegyszerűbb alkalmazási példa a négyzet területének meghatározása az élhosszúság mérése útján. A varianciabecslés:

$$s_y^2 = 4x^2 s_x^2$$

5. példa: A mérési modell:

$$y = \sqrt{x}$$

A varianciabecslés:

$$s_y^2 = \frac{1}{4}\frac{s_x^2}{x^2}$$

Érdemes megjegyezni, hogy a jobb oldalon a bemenő mennyiség relatív varianciabecslése áll.

6. példa: A mérési modell:

$$y = \ln x$$

A varianciabecslés:

$$s_y^2 = \frac{s_x^2}{x^2}$$

A példák felsorolását folytathatnánk, de ezek voltaképpen nem különböznek a deriválás illetve a parciális deriválás ismert szabályaitól. Hasonlóképpen írhatjuk fel a mérési modellt abban az esetben is, ha kettőnél több a bemenő mennyiségek száma

Irodalom:

[1] ISO 1993 *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement* (Geneva) A magyar változat: Útmutató a mérési bizonytalanság kifejezéséhez (Országos Mérésügyi Hivatal; 1995).

[2] *International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology* (1993). A magyar változat: Nemzetközi Metrológiai Értelmező Szótár (OMH – MTA-MMSZ Kft; Budapest, 1998.)