

# Mintavételezési frekvencia és felbontás hatása az effektív érték pontosságára

Gazdag Ferenc  
egyetemi hallgató

BME Villamosmérnöki és Informatikai Kar  
Villamosmérnöki szak

A munka a BME Villamosművek Tanszékén készült.  
konzulens: dr Kisvölcesey Jenő

## Összefoglalás:

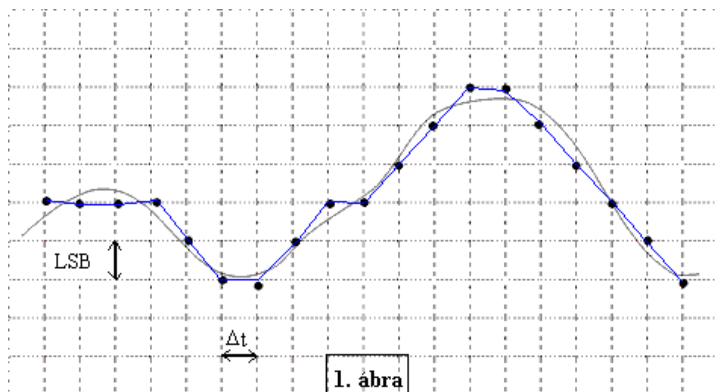
A villamosenergia-rendszerben egyre gyakoribbak a digitális eszközök, amelyek egy A/D átalakító segítségével érzékelik a feszültség és áram jeleket. Az átalakító fontos tulajdonsága a bitszélessége, és a mintavételezésnek pedig a periódusonként vett mintaszáma, azaz a mintavételi frekvenciája. Ezen paraméterek függvényében vizsgáltam meg a mért jel effektív értékének hibáját, amelynek a csökkentése az egyre inkább digitalizálódó mérés technikában - különösen a hosszú és pontos méréseket igénylő villamosenergia-rendszerben - igen fontos. Az alább munkában egy szimuláció segítségével mutatom be a paraméterek és a hibák összefüggését, ideális és nem ideális AD átalakítóra. Ezekből az adatokból megadható egy ésszerű kompromisszum a sebesség és a pontosság között.

Kulcsszavak: AD átalakító, mintavétel, effektív érték hibája

## Bevezetés

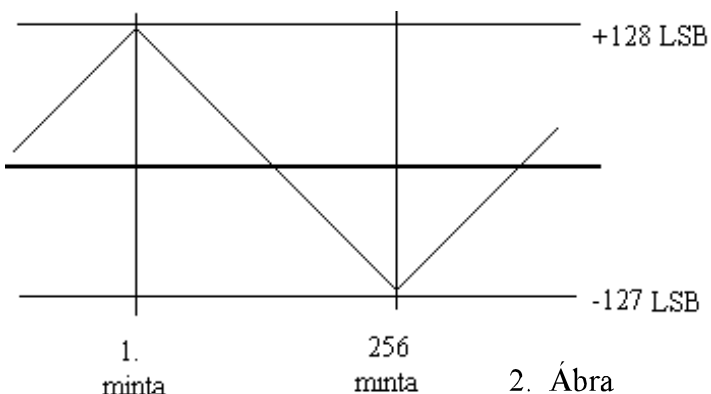
A villamosenergia-rendszerben napjainkban egyre nagyobb szerepet kap a digitális mérés technika és jelfeldolgozás. A digitalizálás folyamata azonban óhatatlanul járulékos hibák forrása lesz. E vizsgálat célja az átalakítók bitszámának, a mintavételi periódusnak és az effektív érték hibájára gyakorolt hatás megmutatása. Az első részben ideális AD átalakítóról lesz szó, a másodikban már a valóshoz közelebb állókról. Az eredmények mind szimuláció útján születtek, az elvégzett néhány mérés ezeket mind alátámasztotta.

A digitalizálásnál az analóg jelet mind időben, mint amplitúdóban digitális értékekkel helyettesítjük. Az időlépcsőt a mintavételi frekvencia, vagy a periódusonkénti minták száma határozza meg. Az amplitúdóegységet az átalakító felbontása határozza meg. A legjellegzetesebb felbontások: 8 bit, 12 bit, 16 bit. A digitalizáláskor fellépő amplitúdóhiba az aktuális, analóg érték és a hozzá legközelebb levő digitális pont közötti érték. Erre egy kis példa látható az 1. ábrán.



A hibák nagyságát erőteljesen befolyásolja, hogy mennyire használjuk ki az átalakító

jeltartományát. Ideális esetben a jel nagysága teljesen lefedi az AD konverter tartományát, ezt hívhatjuk 100%-os kivezérésnek. Természetesen különböző okokból előfordulhat, hogy nem használjuk ki a rendelkezésünkre álló teljes tartományt, például a feszültség  $\pm 7,5\%$  is változhat a névlegeshez, ekkor a hiba mértéke növekszik. A vizsgálat 10%-os kivezéréstől 100%-os kivezérésig tartott, a 10% alattiakat nem vettem figyelembe, lévén, hogy tervezéskor



$$\frac{d \sin x}{dt} = \cos x$$

$$\max(\cos(x)) = 1$$

3. ábra

ezeket az állapotokat lehetőség szerint el kell kerülni, és üzemszerű körülmények között nem is következhet be ilyen szintű jelcsökkenés. A periódusonkénti mintaszámot 16-tól 256-ig számoltam, ez a mi esetünkben, 50 Hz hálózati frekvenciát alapul véve, 800Hz-12800Hz mintavételi frekvenciának felel meg. Ez első látásra kevésnek tűnhet, de figyelembe kell venni, hogy ugyanezzel az átalakítóval kell a többi feszültségből - a másik két fázisból és a zérussorrendűből - is mintát venni, és esetlegesen az áramokból is. A mintavételi frekvencia alsó határa a megkövetelt pontosság, felső határa pedig az elsősorban az AD átalakító sebessége. Másodsorban pedig a feldolgozó egységek és a

hozzájuk vezető kommunikációs csatornák átviteli sebessége. Utoljára pedig - egy inkább elméleti, mint gyakorlati korlát, - az, hogy nem érdemes a több mintát venni, mint  $2^{\text{bitszám}+1}$ . Ennek nagyon egyszerű a magyarázata, a szinusz függvénynek a legnagyobb meredeksége 1, ezt alapul véve egy félperiódusban a teljes felbontáshoz, ami  $2^{\text{bitszám}}$ , ugyanennyi minta kell. Ha ennél többet szeretnénk, akkor ez már az alapharmonikus jelben nem okoz javulást. A 2. ábrán 8 bites esetre látható példa. Ekkor a jel tartománya +128 és -127 között van. Ez 256 LSB széles. Azaz egy 1 meredekségű egyenessel (háromszöggel) modellezhető. Ebből látható, hogy egy félperiódus 256 mintával lefedhető. Ebből pedig egyenesen következik, hogy egy teljes periódusnál nincs többre szükség, mint 512 minta. Ami 25600 Hz frekvenciának felel meg. Ez a korlát 16 bit esetén kicsit több, mint 6,5 Mhz, azaz -egyelőre - nem számít valódi korlátnak, hiszen nincs ilyen sebeségű AD.

A szimuláció algoritmus a 4. ábrán található. A hibaszázalékok abszolútértékét a kivezérés és a mintaszám függvényében lehet táblázatba foglalni. A bitszám-hiba, és a mintaszám-hiba függvénykapcsolatok nem adnak egyszerűen értelmezhető függvényeket, így célszerű inkább statisztikai alapon megközelíteni.

$$AD_{minta}^i = \text{Egész} \left[ \text{Amp} \cdot \sin \left( \frac{2\pi}{\text{mintaszám}} \cdot i \right) \right]$$

$$\text{szum} = \sum_{i=1}^{\text{mintaszám}} (AD_{minta}^i)^2$$

$$AD_{mért} = \sqrt{\frac{\text{szum}}{\text{mintaszám}}}$$

$$AD_{ideális} = \frac{\text{Amp}}{\sqrt{2}}$$

$$\text{hiba} = \frac{AD_{mért} - AD_{ideális}}{\text{Amp}}$$

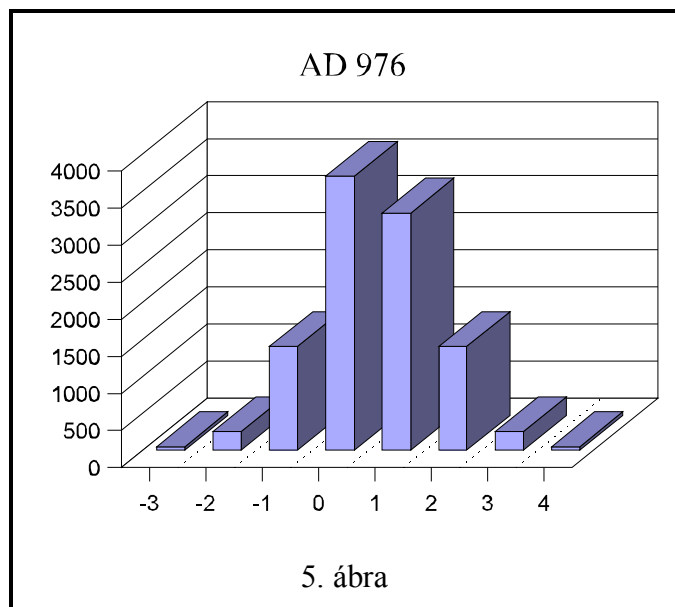
4. ábra

Az alábbi táblázatban a mérési eredmények átlagai találhatóak, az oszlopokban a kivezéreltség százalékában a teljes felbontáshoz képest, a sorokban a periódusonkénti minták száma látható.

8 bit	11%-20%	21%-30%	31%-40%	41%-50%	51%-60%	61%-70%	71%-80%	81%-90%	91%-100%
16 minta:	0,32030%	0,36450%	0,37400%	0,17519%	0,11915%	0,17680%	0,10038%	0,08201%	0,09767%
32 minta:	0,32452%	0,25409%	0,22368%	0,11591%	0,14684%	0,06161%	0,09332%	0,06036%	0,08983%
64 minta:	0,22849%	0,29122%	0,13075%	0,07658%	0,09383%	0,08226%	0,07274%	0,04749%	0,04454%
96 minta:	0,20673%	0,15453%	0,10972%	0,07368%	0,06685%	0,05961%	0,05912%	0,03029%	0,04582%
128 minta:	0,20045%	0,11493%	0,05970%	0,05487%	0,06526%	0,05082%	0,03279%	0,04039%	0,04151%
160 minta:	0,15328%	0,10898%	0,07823%	0,06211%	0,05139%	0,04842%	0,03486%	0,04552%	0,02963%
192 minta:	0,16932%	0,10176%	0,09066%	0,06476%	0,05734%	0,05102%	0,03480%	0,02860%	0,02925%
256 minta:	0,15451%	0,08315%	0,04167%	0,04376%	0,03540%	0,03156%	0,02297%	0,02526%	0,03391%
512 minta:	0,14583%	0,06767%	0,04119%	0,03548%	0,02841%	0,01693%	0,01524%	0,01426%	0,01851%
1024 minta:	0,13740%	0,06108%	0,03719%	0,01936%	0,02039%	0,01568%	0,01109%	0,01196%	0,00945%
:									
12 bit	11%-20%	21%-30%	31%-40%	41%-50%	51%-60%	61%-70%	71%-80%	81%-90%	91%-100%
16 minta:	0,04467%	0,02476%	0,01837%	0,01408%	0,01161%	0,00707%	0,00508%	0,00537%	0,00582%
32 minta:	0,02291%	0,01949%	0,01783%	0,00998%	0,00818%	0,00555%	0,00564%	0,00332%	0,00310%
64 minta:	0,01758%	0,01477%	0,00929%	0,00754%	0,00484%	0,00543%	0,00378%	0,00328%	0,00317%
96 minta:	0,01842%	0,00942%	0,00643%	0,00623%	0,00556%	0,00329%	0,00291%	0,00327%	0,00244%
128 minta:	0,01489%	0,01131%	0,00608%	0,00330%	0,00391%	0,00373%	0,00295%	0,00239%	0,00191%
160 minta:	0,01468%	0,00802%	0,00424%	0,00334%	0,00353%	0,00248%	0,00187%	0,00247%	0,00160%
192 minta:	0,01292%	0,00706%	0,00393%	0,00464%	0,00333%	0,00209%	0,00199%	0,00247%	0,00120%
256 minta:	0,00942%	0,00789%	0,00411%	0,00288%	0,00370%	0,00187%	0,00209%	0,00187%	0,00172%
16 bit	11%-20%	21%-30%	31%-40%	41%-50%	51%-60%	61%-70%	71%-80%	81%-90%	91%-100%
16 minta:	0,00121%	0,00121%	0,00152%	0,00047%	0,00054%	0,00050%	0,00059%	0,00030%	0,00034%
32 minta:	0,00151%	0,00062%	0,00100%	0,00047%	0,00044%	0,00040%	0,00040%	0,00018%	0,00024%
64 minta:	0,00104%	0,00077%	0,00039%	0,00034%	0,00037%	0,00039%	0,00035%	0,00013%	0,00017%
96 minta:	0,00102%	0,00071%	0,00036%	0,00033%	0,00026%	0,00027%	0,00023%	0,00014%	0,00017%
128 minta:	0,00094%	0,00064%	0,00021%	0,00029%	0,00026%	0,00018%	0,00019%	0,00015%	0,00013%
160 minta:	0,00065%	0,00050%	0,00030%	0,00038%	0,00017%	0,00017%	0,00011%	0,00008%	0,00008%
192 minta:	0,00068%	0,00051%	0,00025%	0,00021%	0,00018%	0,00021%	0,00015%	0,00012%	0,00015%
256 minta:	0,00054%	0,00032%	0,00019%	0,00026%	0,00014%	0,00015%	0,00013%	0,00010%	0,00009%

Az ideális átalakító jóságú görbéi az 1-3. grafikonokon láthatóak. A hibát az esetek százalékában vizsgáltam, azaz a grafikonról leolvasható, hogy az esetek hány százalékában a hiba biztos jobb, mint valamennyi százalék. A mintavételi frekvencia növelésével egyre jobb eredményeket érhetünk el, ennek növelésében csak az átalakítónk és a jelfeldolgozó egységünk szabhat határt.

Ezek az esetek mind ideális AD átalakítóra vonatkoznak. Természetesen, mint minden valós eszköz, az AD is rendelkezik belső hibával. Ezt a gyártó a katalógusban mindig megadja. Az 5. ábrán a valós méréseinkhez használt Analog Devices AD 976 átalakítójának a gyári adatai vannak. A vízszintes tengely az idálistól való eltérést mutatja LSB-ben, a függőleges a darabszámot, a 10000 mérési kísérletből. Ezt a hibafüggvényt a szimuációan a 6. ábra szerint tettem bele az algoritmusba.



Természetesen ezekhez a zajokhoz hozzájön még az átalakítót körülvevő áramkör és elektromágneses környezet zavarása, ami további hibákat okoz. A szimuláció során "ideális" zavart tételeztem fel, "véletlenszerűen", az 5. ábrának megfelelő eloszlásban

$\pm(0.3)$  LSB zavart adok a bemeneti jelre, a hibafüggvény valószínűségei alapján. Elsőre ettől a mérési eredmények romlását vártam, ami részben igaz is lett, de nem mindig. Előfordulhat

- és elő is fordult - olyan eset, amelyben a hiba hozzáadásával a mérési pontosság javult. A szimuláció során csak egy periódussal foglalkoztam, de amennyiben tovább hosszabb ideig - több, 8-10, perióduson át tart a mintavételezés, akkor nagyobb javulást tapasztalunk volna. A nem ideális AD mérési eredményei a 4-6. Grafikonon találhatóak meg. A két különböző mérési ábrákat (ideális-nem ideális) összevetve látható, hogy kis felbontóképesség esetén (8 bit), a mérési eredmények nagyon javultak.

Ezek a szimulációk tiszta szinuszokra adták a fenti eredményeket. Tervezéskor figyelembe kell venni azt is, hogy a hálózaton nemcsak az 50Hz alapharmonikus van jelen, hanem több-kevesebb felharmonikus is. Ezekre külön is

$$AD_{minta}^i = \text{Egész} \left[ \text{Amp} \cdot \sin \left( \frac{2\pi}{\text{mintaszám}} \cdot i \right) \right] + HF()$$

$\Delta$ LSB	Valsz.
-3	1%
-2	2%
-1	14%
0	42%
+1	25%
+2	14%
+3	2%

Ahol HF()  
hibafüggvény az  
5.ábrán látható hibákat  
képezi le. Az  
algoritmus többi része  
változatlan.

el lehetne végezni a vizsgálatokat, és ezek összességét kell figyelembe venni az AD átalakító kiválasztásakor. Elsősorban amennyire lehet, gyorsan kell digitalizálni, viszont az eszközeink, a jelfeldolgozó és a jelvezetékek adnak egy felső határt, a jelenlévő felharmonikusok frekvenciája pedig egy alsó határt ad a mintavételezési frekvenciára.

Összegzésül kimondhatjuk, hogy a mérési módszer hibája a bitszám és a mintavételi frekvencia növelésével csökken, így célszerű a lehető legnagyobb sebességgel és bitszámmal digitalizálni. Valódi AD esetén a hiba növekedésére számítanánk, de a véletlenszerű eltérés a valódi értéktől javíthatja -gyakran javítja is- a mintavételi hibát, amely esetlegesen több periódus alatt csökken le. Mivel a feldolgozóegységeink sebessége véges, emiatt a szükségesnél kevesebb mintát tudnak feldolgozni. Ekkor csökkenteni kell a mintavételi frekvenciát, ehhez a grafikonokból megállapítható, hogy ha el akarunk érni egy adott pontosságot, akkor mennyire kell kompromisszumot kötnünk, az esetek hány százalékában kapunk rosszabb eredményt, mint amit szeretnénk. További, a szimulációban nem vizsgált, hibát jelent az elektromos környezet, az átalakítót körülvevő panel, így mérésnél a teljes eszközt kell vizsgálni, nem elég csak az átalakítót magában. A szimuláció gyakorlati jelentősége, hogy egy feladathoz a kívánt pontosság ismeretében megadható a szükséges bitszám és a periódusokénti mintavételek száma.